

Devoir de contrôle du 2^{ème} Semestre
Physique

Mercredi le 11 Mars 2020

- Les résultats littéraires devront être encadrés.
- Les résultats littéraires non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.
- Les calculatrices sont autorisées.

∞ Thermodynamique ∞

Exercice

On considère n moles d'un gaz parfait subissant le cycle réversible suivant :

- $A \rightarrow B$ est une compression adiabatique réversible ;
- $B \rightarrow C$ est une détente isobare réversible ($P_C = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) ;
- $C \rightarrow D$ est une détente adiabatique réversible ;
- $D \rightarrow A$ est un refroidissement isochore réversible ($V_D = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$).

A l'état initial, le gaz est à la température $T_A = 293 \text{ K}$ et à la pression $P_A = 10^5 \text{ Pa}$.

La détente isobare ramène le gaz à un volume $V_C = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$.

On donne : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\gamma = 1,4$.

1. Calculer la pression, le volume et la température dans chaque état d'équilibre.
2. Tracer ce cycle dans le diagramme de Clapeyron. Que représente l'aire du cycle subi par le gaz ?
3. Calculer le travail et la quantité de chaleur échangés au cours de chaque transformation. Vérifier que le cycle est moteur.
4. Déterminer le rendement de ce cycle.
5. Comparer ce rendement avec celui du cycle de Carnot fonctionnant entre les isothermes T_C et T_A .
6. Calculer pour chaque transformation la variation d'entropie du gaz. Déduire la variation d'entropie du cycle.

∞ Electrostatique ∞

Problème

L'espace physique est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Un point M de l'espace est repéré dans la base sphérique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ par (r, θ, φ) .

Soit une sphère S_1 de rayon R de centre O portant une charge Q_1 négative uniformément répartie en surface avec la densité σ .

1. Analyser la symétrie et les invariances du système, déduire l'orientation et les variables dont dépend le champ électrostatique $\vec{E}_1(M)$.
2. En appliquant le théorème de Gauss, établir l'expression du champ électrostatique $\vec{E}_1(M)$ en tout point M de l'espace. On exprimera le résultat en fonction de σ puis en fonction de Q_1 .

3. Déterminer l'expression du potentiel électrostatique $V_1(r)$ à l'extérieur et à l'intérieur de la sphère en fonction de Q_1 . On prendra $V_1(\infty)=0$.

On considère maintenant une deuxième sphère S_2 de rayon R de centre O , qui porte une charge Q_2 positive uniformément répartie en volume.

4. Donner l'expression de la densité volumique de charge ρ correspondante.
5. En utilisant le théorème de Gauss, établir l'expression du champ électrostatique $\vec{E}_2(M)$ en tout point M de l'espace à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère. On exprimera le résultat en fonction de ρ et en fonction de Q_2 .
6. Dédurre l'expression du potentiel électrostatique $V_2(r)$ à l'extérieur de la sphère en fonction de ρ et en fonction de Q_2 . On prendra $V_2(\infty)=0$
7. Trouver relation entre les deux densités de charge ρ et σ pour que $Q_1 = -Q_2$.

Dans la suite, on considère un système formé des deux sphères, la sphère S_1 centré au point O_1 portant une charge négative ($-Q$) et la sphère S_2 centré au point O_2 portant une charge positive (Q).

Les centres des sphères sont situés sur l'axe $(z'z)$, de part et d'autre du point O avec $\vec{O_1O_2} = a \vec{u}_z$ comme le montre la figure ci-dessous.

8. Donner l'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ en un point M situé à l'extérieur du système. On exprimera le résultat en fonction des distances O_1M , O_2M et Q .
9. Dans le cadre de l'approximation dipolaire ($OM \gg a$), déterminer l'expression du potentiel $V(M)$ en fonction des coordonnées sphériques r et θ du point M .
10. Donner l'expression du moment dipolaire $\vec{p}$ relatif au système (S_1, S_2) . Quelle est l'unité de cette grandeur.
11. Vérifier que le potentiel créé par le dipôle électrique de moment dipolaire $\vec{p}$ porté par $\vec{u}_z$ s'écrit, en un point éloigné, sous la forme :

$$V_{\text{dip}}(M) = \frac{p \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

12. En utilisant la relation entre le champ et le potentiel électrostatique, déterminer les composantes (E_r, E_θ) du champ créé par le dipôle équivalent en un point M éloigné.
13. En appliquant un champ électrostatique extérieur $\vec{E}_e$, au dipôle équivalent on constate que le vecteur $\vec{O_1O_2}$ tourne d'un angle $\theta = 45^\circ$.
- a) Déterminer l'orientation du champ $\vec{E}_e$ et le moment $\vec{M}_{/O}$ du couple de force agissant sur le dipôle.
- b) Donner l'expression de l'énergie potentielle d'interaction entre le champ extérieur et le dipôle de moment $\vec{P}$.

On donne:

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi \text{ où } f(r, \theta, \varphi) \text{ est une fonction scalaire.}$$

