

Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax		MP 1 A.U : 2020-2021 Le 8 juin 2021 Durée : 3 heures
Devoir de Synthèse n°2 Epreuve de Physique		

- *L'usage des calculatrices est autorisé.*
- *Les exercices sont indépendants.*
- *Les résultats littéraux devront être encadrés.*
- *Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.*
- *Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.*

N. B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.



EXERCICE 1

Un circuit est formé d'une bobine d'inductance L , en série avec une résistance R comme le montre la figure 1.

Dans un premier temps, la force électromotrice du générateur est une constante égale à E .

- 1) A $t=0$ on ferme le circuit, établir puis résoudre l'équation différentielle que doit vérifier l'intensité du courant $i(t)$ qui circule dans le circuit. On introduit τ la constante du temps du circuit (R, L).
- 2) Dédire l'expression de la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine.
- 3) Tracer l'évolution en fonction du temps de $i(t)$ et $u_L(t)$.
- 4) On introduit dans le circuit un condensateur de capacité C branché en parallèle avec la résistance R (Figure 2). En posant $i_1(t)$ l'intensité du courant dans la résistance R et $i_2(t)$ l'intensité à travers le condensateur, montrer que $i_1(t)$ doit vérifier l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{LC} i_1 = \frac{E}{RLC}$$

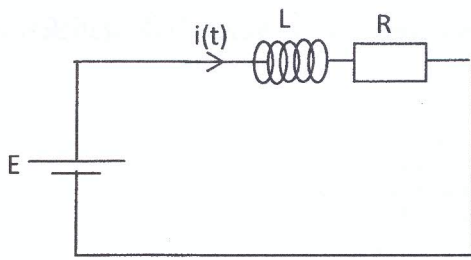


Figure 1

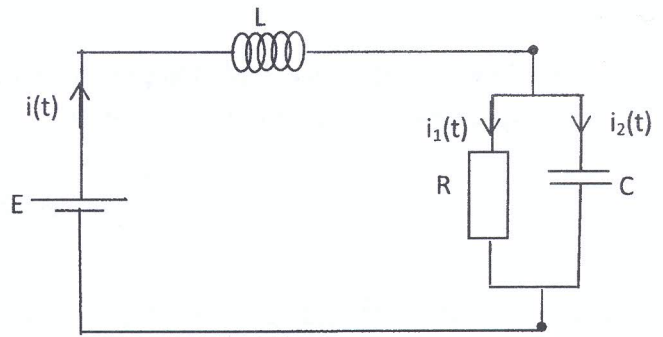


Figure 2

- 5) On pose : $\frac{1}{RC} = 2\alpha$ et $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$, quelle est la relation entre α et ω_0 pour qu'un régime critique soit établi pour $i_1(t)$.
- 6) On donne, $R=200\Omega$, $L=0,08H$ et $C = 1\mu F$.
 - 6.1 Quelle est la nature du régime qui s'établit dans la résistance.
 - 6.2 On pose $i_1(t) = A(t) \cos(B.t + \varphi) + K$, la solution de l'équation différentielle, donner les expressions de B et K. Préciser aussi le type de la fonction A(t).

Le générateur, dans le circuit de la figure 2, délivre maintenant une tension sinusoïdale écrite sous la forme : $e(t) = E \cos(\omega t)$.

- 7) Déterminer l'impédance complexe $\underline{Z}$ du circuit, on le mettra sous la forme $\underline{Z} = a + j.b$, avec $j^2 = -1$, a et b sont des réels à déterminer en fonction de R, L, C et ω .
- 8) On appelle $i(t)$ l'intensité qui circule dans le circuit en régime forcé, on pose $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$.
 - 8.1 Montrer qu'il existe, avec une certaine condition à préciser, une valeur particulière $\omega = \omega_r$, pour laquelle l'intensité est en phase avec la tension $e(t)$.
 - 8.2 Déterminer dans ce cas ($\omega = \omega_r$), l'expression de l'amplitude maximale de l'intensité $(I_m)_{\max}$ en fonction de E, L, C et R.
 - 8.3 Représenter I_m en fonction de x tel que $x = \omega / \omega_r$.

EXERCICE 2

Soit un circuit électrique de tension sinusoïdale à l'entrée $U_e(t)$ et composé d'une résistance R branchée en série avec une bobine L. Cette dernière est branchée en parallèle avec une résistance identique R, voir figure 3. Soit $U_s(t)$ la tension de sortie aux bornes du résistor comme le montre la figure 3.

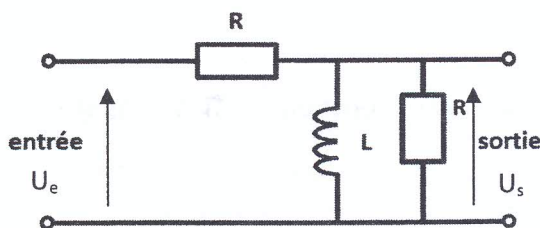


figure 3

- 1) Déterminer sans calcul la nature du filtre, puis déterminer la fonction de transfert de ce quadripôle ; la mettre sous la forme :

$$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{A_1}{1 - j \frac{\omega_1}{\omega}}$$

Où A_1 et ω_1 deux constantes qu'on explicitera.

- 2) Dresser le diagramme de Bode en gain en décibel G_{db} tel que $G_{db} = 20 \log \left(\left| \underline{H}_1(j\omega) \right| \right)$ et en phase $\varphi = \arg \left(\underline{H}_1(j\omega) \right)$.

Un second quadripôle est constitué d'un condensateur C et d'une résistance R , voir figure 4. La tension d'entrée est $V_e(t)$, on note celle de la sortie $V_s(t)$.

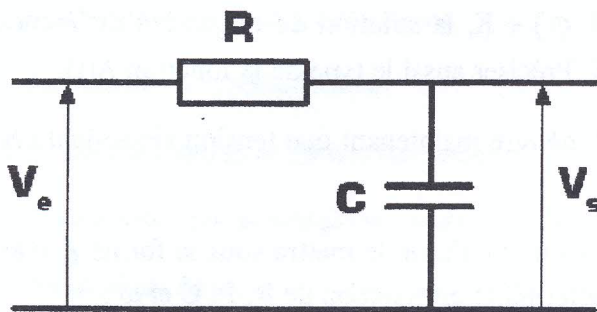


figure 4

- 3) Déterminer la fonction de transfert de ce quadripôle puis la mettre sous la forme :

$$\underline{H}_2(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{A_2}{1 + j \frac{\omega}{\omega_2}}$$

A_2 et ω_2 sont deux constantes qu'on explicitera. Quelle est la nature de ce filtre.

Cette fois-ci les deux quadripôles sont montés en cascades de manière que la tension de l'entrée du deuxième quadripôle soit celle de la sortie du premier : $V_e(t) = U_s(t)$.

- 4) En utilisant les fonctions de transferts relatives $\underline{H}_1(j\omega)$ et $\underline{H}_2(j\omega)$, trouver la fonction de transfert de ce circuit en cascades. La mettre sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

Où x le rapport $\frac{\omega}{\omega_0}$. Déterminer les constantes H_0 , ω_0 et Q en fonction de A_1 , ω_1 , A_2 et ω_2 .

- 5) Quelle est la nature de ce filtre.

La bande passante de ce filtre est définie par l'intervalle [1kHz, 2kHz], il est alimenté par une tension triangulaire dont le spectre d'amplitude est montré par la figure 5. La fréquence f étant égale à 500Hz.

6) Que sera la nature et la fréquence du signal à la sortie du filtre ?

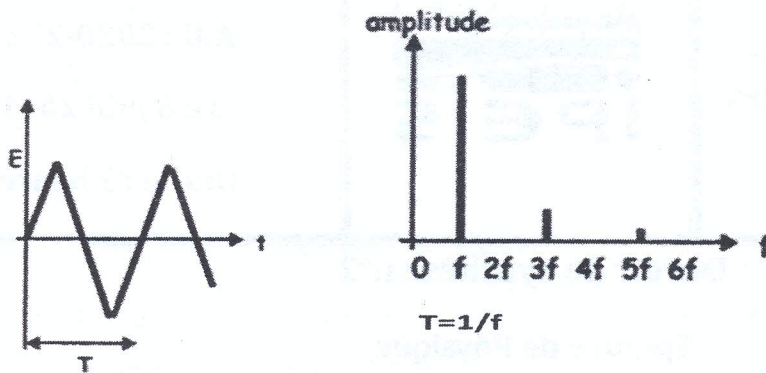


figure 5

EXERCICE 3

Dans une machine thermique, une mole de gaz parfait est initialement à l'état A caractérisé par les variables d'état (P_0 , V_0 , T_0 , exprimées dans le système international SI), subit un cycle de transformations réversibles noté comme suit :

- Une compression isotherme de l'état A à l'état B tel que $V_B = \frac{V_0}{3}$;
- Un refroidissement isobare en baissant la température jusqu'à $T_C = \frac{3}{4}T_0$;
- Un échauffement isochore tel que la température croît jusqu'à $T_D = \frac{7}{2}T_0$;
- Une détente adiabatique de l'état D à l'état E ;
- Un refroidissement isochore amenant le gaz de nouveau à l'état A.

On donne le rapport des capacités calorifiques du gaz considéré : $\gamma = \frac{7}{5}$.

- 1) Donner les expressions des capacités thermiques C_p et C_v de ce gaz en fonction de la constante des gaz parfaits R .
- 2) Déterminer littéralement les expressions des variables (P, V, T) aux différents états B, C, D et E en fonction de R et les variables de l'état initial A (P_0 , V_0 , T_0).
- 3) Représenter l'allure du cycle de transformations dans le diagramme de Clapeyron en respectant les rapports de volume et de pression. En déduire la nature de la machine thermique ainsi réalisée.
- 4) Exprimer littéralement les énergies thermiques Q échangées par le gaz à chaque transformation en fonction de R et T_0 puis déduire celle échangée au cours du cycle.
- 5) Exprimer littéralement le travail échangé par le gaz au cours du cycle en fonction de R et T_0 et vérifier son signe.
- 6) Déterminer les expressions des différentes variations d'entropie relatives à chaque évolution. Que peut-on dire à propos de la variation de l'entropie du cycle.
- 7) Calculer le rendement de cette machine. Le comparer à celui d'une machine thermique identique décrivant le cycle de Carnot entre les températures T_D et T_A . Commenter.