

Examen de Fin du 1^{er} Semestre de Physique

- L'usage des calculatrices est autorisé.
- Les résultats littéraux devront être encadrés.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.
- Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.

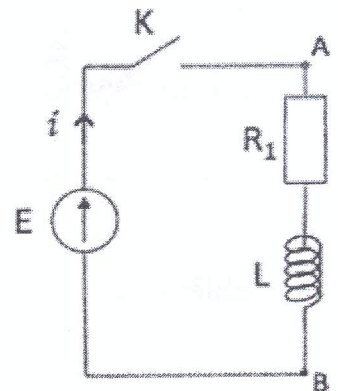
N. B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.



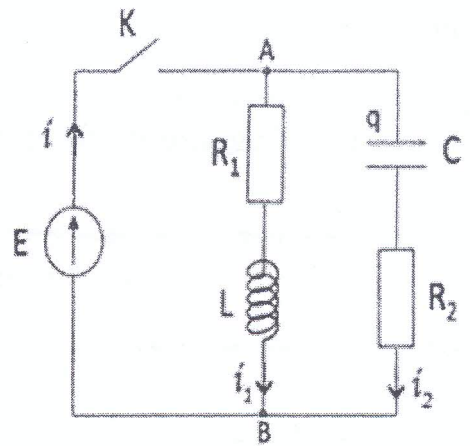
Problème I

Partie A : On considère le circuit de la figure ci-contre, dans lequel la branche AB comprend un conducteur ohmique de résistance R_1 et une bobine d'inductance L . Lorsque l'interrupteur est fermé, cette branche est alimentée par un générateur de tension idéal fournissant une tension continue E . A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

- 1) Etablir l'équation différentielle gouvernant l'évolution du courant $i(t)$ délivré par le générateur, pour $t > 0$.
- 2) Résoudre l'équation précédente, en tenant compte des conditions initiales. Tracer l'allure de $i(t)$.
- 3) Définir ce que l'on appelle "régime transitoire" et "régime permanent", et donner l'expression du courant $i(t)$ dans le régime permanent du circuit considéré.
- 4) On considère que le régime permanent est atteint dès lors que le courant $i(t)$ ne diffère pas plus de 1% de la valeur qu'il aurait en régime permanent. Donner l'expression de l'instant t_0 à partir duquel cette condition est réalisée.
- 5) Rappeler l'expression de la puissance électrique $P_g(t)$ fournie par le générateur puis déterminer l'énergie totale $E_g(t)$ fournie par celui-ci de $t = 0$ jusqu'à l'instant t .
- 6) Rappeler de même l'expression de la puissance $P_J(t)$ dissipée par effet Joule dans la résistance R_1 , et déterminer l'énergie totale $E_J(t)$ ainsi dissipée de $t = 0$ jusqu'à l'instant t .
- 7) Calculer de même l'énergie emmagasinée dans la bobine. Commenter ce résultat.



Partie B : On ajoute à présent au circuit une seconde branche, parallèlement à la branche AB, comprenant un condensateur de capacité C et, en série, un conducteur de résistance R_2 , comme représenté sur la figure ci-contre. Initialement, l'interrupteur K est ouvert et le condensateur est initialement non chargé. On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.

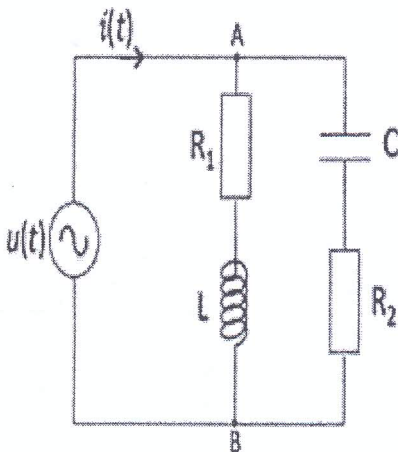


8) Trouver l'expression de la charge $q(t)$ du condensateur C et déduire celle du courant $i_2(t)$.

9) Déterminer la nouvelle expression du courant $i(t)$ délivré par le générateur, pour $t > 0$.

10) Montrer qu'il est possible de choisir les valeurs de R_2 et C de telle sorte que le courant $i(t)$ reprenne immédiatement la valeur qu'il a en régime permanent calculé précédemment (partie A).

Partie C : On reprend le montage précédent, avec R_2 et C quelconques, et on remplace cette fois le générateur de tension continue par un générateur de tension sinusoïdale de pulsation ω : $u(t) = u_0 \cos(\omega t)$.



II) Donner l'expression de l'impédance complexe équivalente pour chacune des deux branches du circuit (R_1 et L d'une part, C et R_2 d'autre part).

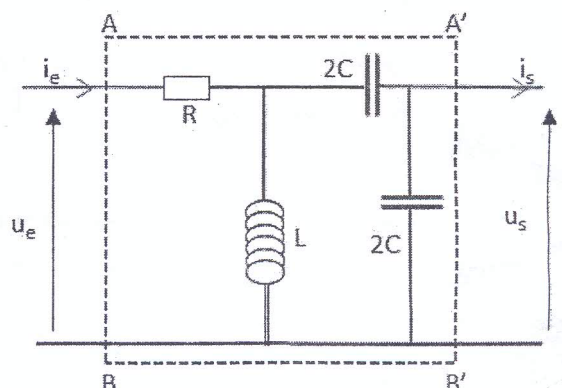
I2) Montrer qu'il est possible de choisir les valeurs de ωR_2 et C de telle sorte que le courant $i(t)$ délivré par le générateur soit en phase avec la tension $u(t)$.

I3) A quelle condition valeurs de R_2 et ωC pour que le courant $i(t)$ délivré par le générateur soit en quadrature de phase avec la tension $u(t)$.

Problème 2

Un circuit électrique alimenté par une tension sinusoïdale $u_e(t)$ de pulsation ω , où C est une capacité, R une résistance et L une inductance, montées comme l'indique la figure ci-dessous:

On désigne par $u_s(t)$ la tension de sortie. Le quadripôle désigné par les nœuds (ABA'B') est un filtre qu'on cherche à étudier. On définit les impédances d'entrée et de sortie respectivement $\underline{Z}_e = \underline{u}_e / \underline{i}_e$ lorsque $i_s = 0$ et $\underline{Z}_s = \underline{u}_s / \underline{i}_s$ lorsque $u_e = 0$.



- 1) Déterminer les impédances $\underline{Z}_e$ et $\underline{Z}_s$.
- 2) Reconnaître la nature du filtre en étudiant son comportement vis-à-vis des basses et des très hautes fréquences.

La fonction de transfert de ce filtre est simplement le rapport des tensions complexes à la sortie et à l'entrée du filtre désigné. Soit la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$.

- 3) Ecrire la fonction de transfert sous la forme suivante en introduisant les constantes A , ω_0 et Q dont on précisera leurs expressions en fonction de R , C et L .

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{A\omega_0}{jQ\omega}}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} + \frac{\omega_0}{jQ\omega}}$$

On pose la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

- 4) Montrer que cette expression peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}. \text{ On explicitera le terme } H_0.$$

- 5) Etudier le gain $G(x)$ du filtre et tracer l'allure de sa courbe représentative.

On s'intéresse maintenant au gain en décibels G_{db} du filtre.

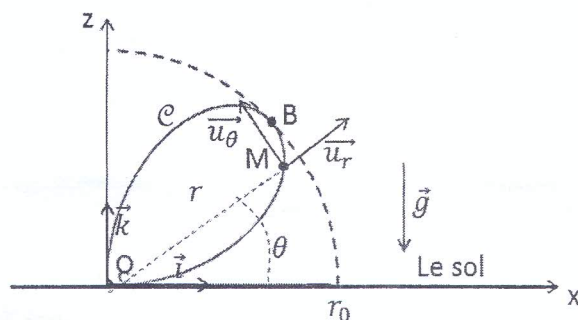
- 6) Trouver les expressions simplifiées de G_{db} à basses et à haute fréquences. Dédire le comportement asymptotique de G_{db} .
- 7) Déterminer le gain en décibels lorsque $x=1$.
- 8) Tracer l'allure de G_{db} en fonction de $\log(x)$.
- 9) Déterminer l'expression de déphasage φ entre u_s et u_e en fonction de x et de Q . En déduire les limites à basses et à hautes fréquences.
- 10) Tracer l'allure de φ en fonction de $\log(x)$.

Problème 3

Dans le plan vertical (O, xz) s'installe un guide $\mathcal{C}$ sur lequel une bille M , de masse ponctuelle m , glisse sans frotter, voir figure ci-dessous. L'équation de la trajectoire du guide s'écrit $r(\theta) = r_0 \sin(2\theta)$ où r_0 est une constante positive et θ varie entre $[0, \pi/2]$. Dans tout le problème la vitesse angulaire $\dot{\theta} = \omega$ est supposée constante.

I/ Dans cette première partie, les grandeurs vectorielles seront exprimées dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$, voir figure.

- 1) Ecrire le vecteur position $\vec{OM}$.
- 2) Déterminer $\vec{V}(M)$ le vecteur vitesse de M . Dédire sa norme V .
- 3) Déterminer $\vec{T}$ le vecteur unitaire de la tangente au guide.



- 4) Calculer l'expression de l'accélération de M. On déduit sa composante tangentielle de deux manières.

II/Lorsque la bille arrive à la position B, elle quitte le guide et effectue son mouvement libre due uniquement à la présence de pesanteur terrestre.

- 5) Ecrire le principe fondamental de la dynamique de la bille pendant son mouvement. On prendra le moment où M passe par B comme instant initial du mouvement libre. B est repéré par l'angle $\theta_B = \pi/4$.
- 6) Trouver les coordonnées (x_B, z_B) du point B en fonction de r_0 et déduire la vitesse de la bille à cet instant t_B .
A cette position B, l'origine du temps est initialisée de nouveau à zéro ($t=0$).
- 7) Déterminer les équations horaires de la vitesse et de la position de la bille repérée par $x(t)$ et $z(t)$ pendant son mouvement libre. Déduire l'équation de la trajectoire de la bille. Tracer cette allure.
- 8) La bille passe par le sommet S d'altitude z maximale lors de son mouvement libre. Trouver l'abscisse de ce sommet.
- 9) A quelle valeur de w (en fonction de g et r_0) le sommet est localisé sur l'axe (Oz) . Déduire l'altitude z_s atteinte par la bille par rapport au sol situé au niveau de l'axe (Ox) .

