

Devoir de Contrôle n°2
Epreuve de Physique

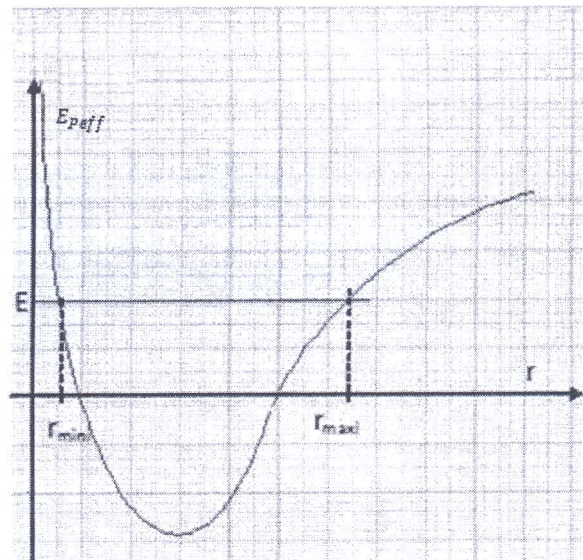
- Les résultats littéraux devront être encadrés. Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.



Exercice 1 :

On modélise la force exercée sur une charge électrique M lors de son mouvement dans un champ électrostatique par $\vec{f} = \frac{K}{r} \vec{u}_r$. Dans cette approximation, r indique la position de M par rapport à l'origine O , $\vec{u}_r$ est le vecteur unitaire de la radiale et K une constante de proportionnalité. La force est dite répulsive si K est positive et attractive dans le cas contraire. Cette approximation est dans la modélisation des interactions entre les électrons et les noyaux atomiques dans la structure atomique lorsque r est considérée comme est une très grande distance relativement à la taille de la particule.

- 1) Montrer que la force $\vec{f}$ est centrale.
- 2) Trouver à une constante près l'énergie potentielle dont elle dérive.
- 3) Rappeler les propriétés de ce type de forces.
- 4) En calculant la vitesse de M , déterminer le moment cinétique par rapport à l'origine O $\vec{L}_O(M)$, ainsi que l'énergie cinétique $E_c(M)$.
- 5) Déterminer l'expression de l'énergie potentielle effective E_{peff} à une constante près.
- 6) La figure ci-contre représente l'allure de la fonction E_{peff} lorsque la constante K est positive. Soit encore E est l'énergie mécanique. Interpréter ce diagramme d'énergie tout en soulignant l'état de la particule M et la nature de sa trajectoire.
- 7) Tracer l'allure de E_{peff} relative à une force $\vec{f}$ attractive. Déduire l'état de la particule M .



Exercice 2 :

Le sismographe est un appareil qui enregistre et mesure les tremblements de terre. Au cours d'un séisme, les vibrations provoquées par la cassure de la croûte terrestre se transmettent à l'aide d'un ressort de raideur k . Le sismographe est modélisé par une tige OA , de masse négligeable capable

de tourner librement autour de l'axe horizontal $(O, \vec{u}_x)$ du référentiel terrestre $R=Oxyz$ supposé galiléen, voir figure ci-dessous. Soit l'angle de rotation θ , angle que fait la tige OA avec l'axe (Oy) . A l'extrémité (A) de cette tige est accroché un disque (M) de masse m assimilé à un point matériel (M confondu à A). Un ressort de raideur k , de masse négligeable et de longueur à vide très petite ; relie l'extrémité (A) de la tige à l'extrémité (B) d'une autre tige métallique OB , immobile par rapport au bâti lié à R.

La force de rappel du ressort est de la forme $\vec{F} = k \overline{AB}$. Elle est proportionnelle à sa longueur AB . L'angle fixe entre la tige OB et la verticale ascendante Oz est noté α . Le ressort AB est toujours rectiligne. Les longueurs des tiges sont notées respectivement $OB = d$ et $OA = \ell$.

Approche dynamique

- 1) Identifier toutes les forces qui agissent sur le disque M de masse (m).
- 2) Déterminer les expressions des vecteurs $\overline{OB}$, $\overline{OM}$ et $\overline{AB}$ dans la base $(\vec{u}_y, \vec{u}_z)$
- 3) Calculer les moments de chacune de ces forces par rapport à l'origine O.
- 4) A l'équilibre le moment de l'effort résultant étant nul, trouver la condition que vérifie la position d'équilibre θ_e .
- 5) A quelle condition sur m , g , d , k et α , l'angle définissant la position d'équilibre $\theta_e=0$.
- 6) Calculer l'expression du moment cinétique $\vec{L}_O(M)$ puis établir l'équation différentielle que vérifie θ .
- 7) Montrer que pour des petites oscillations l'équation différentielle se réduit à :

$$\ddot{\theta} + \tan \alpha \frac{g}{l} \theta = 0.$$

- 8) Trouver l'expression de la période des petites oscillations.

On donne $l=5\text{cm}$ et $g=10 \text{ m.s}^{-2}$. Quelle doit être la valeur de α pour que la période T_0 soit de 20s.

Approche énergétique

- 9) Calculer l'énergie cinétique du disque M
- 10) Déterminer l'énergie potentielle totale à une constante près dont dérive l'effort résultant soumis à M.
- 11) Puisque l'énergie potentielle doit présenter un minimum à la position d'équilibre θ_e , retrouver la condition que vérifie la position d'équilibre θ_e lorsqu'elle est nulle.
- 12) Retrouver d'après l'approche énergétique l'équation différentielle que vérifie θ .

On donne :

$$\begin{aligned} \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \sin(a+b) &= \cos a \sin b + \sin a \cos b \end{aligned}$$

