

Examen de Fin du 2^{ème} Semestre de Physique

– L'usage des calculatrices est autorisé.

– Les résultats littéraux devront être encadrés.

– Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.

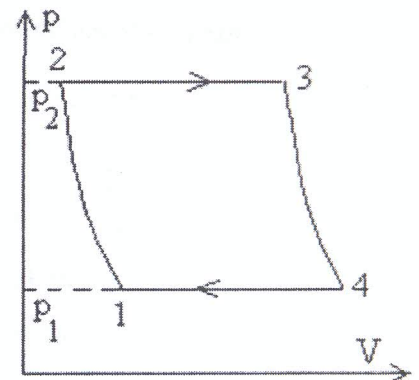
N. B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.



PROBLEME 1 : (THERMODYNAMIQUE)

On considère une machine thermique utilisant comme fluide l'air assimilé à un gaz parfait. Cette machine fonctionne selon un cycle dit cycle de Joule-Brayton. Ce cycle théorique, supposé idéal, correspond à celui d'une turbine à gaz élémentaire utilisée pour la production d'électricité. Il se compose principalement de deux adiabatiques de l'état 1 ---> à l'état 2 et de l'état 3 ---> à l'état 4 ; et de deux isobares de l'état 2 ---> à l'état 3 et de l'état 4 ---> à l'état 1 au cours desquelles l'air se met progressivement en équilibre thermique avec les sources chaude et froide de températures respectives T_3 et T_1 ; voir figure ci-contre.

A l'état 1, la pression est $P_1=10^5$ Pa et la température est $T_1=300$ K. A l'état 3, la pression est $P_2=5 \cdot 10^5$ Pa et la température est $T_3= 500$ K. On donne $R= 8.314 \text{ J K}^{-1}\text{mol}^{-1}$.



- 1) Le gaz (air) étant considéré comme un gaz parfait diatomique, déterminer les capacités thermiques molaires C_v et C_p ainsi que le rapport isentropique γ .
- 2) Les évolutions 1 ---> 2 et 3 ---> 4 étant réversibles, trouver une relation entre, les températures T_1 , T_2 , T_3 , et T_4 . Calculer pour une mole de gaz T_2 et T_4 .
- 3) Calculer pour une mole de gaz la quantité de chaleur $Q_{2 \rightarrow 3}$ échangée.

- 4) Calculer le travail W échangé par une mole au cours du cycle, en déduire le rendement r de cette machine thermique
- 5) Comparer ce rendement à celui qu'on obtiendrait si la machine fonctionnait selon le cycle de Carnot entre les mêmes sources aux températures T_1 et T_3 .
- 6) Calculer la variation d'entropie pour chaque transformation. En déduire le bilan entropique au cours du cycle théorique de Brayton.

Dans la suite, on s'intéresse à l'influence du rapport de pressions $r_p = P_2/P_1$ sur le rendement de la turbine. Soit le coefficient $\beta = \frac{\gamma-1}{\gamma}$.

- 7) Quelle relation existe-elle entre le rendement r et le rapport r_p .
- 8) Exprimer le travail reçu au cours d'un cycle à partir des températures extrêmes T_3 et T_1 , de R , de β et du rapport des pressions r_p .
- 9) Montrer que la valeur absolue du travail passe par une valeur maximale en fonction du rapport des pressions r_p pour : $r_{pm} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{1}{2\beta}}$.
- 10) Calculer numériquement r_{pm} ainsi que le travail maximal correspondant.

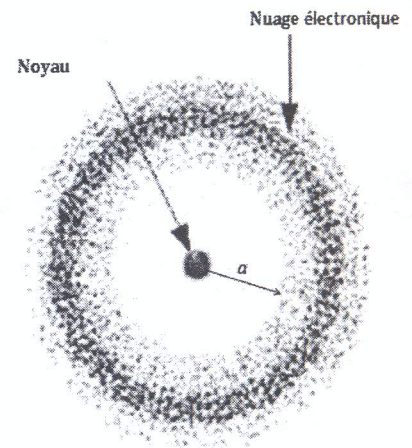
PROBLEME 2 : (ELECTROSTATIQUE)

Le nuage électronique (de forme sphérique) d'un atome se représente d'une manière simplifiée par une densité volumique de charge ρ définie par:

$$\rho(r) = \frac{A}{r^n} \text{ si } r \geq a.$$

$$\rho(r) = 0 \text{ si } r < a.$$

r étant la distance que sépare un point quelconque M du centre O de cet atome. n , A et a sont des constantes ; voir figure ci-contre.



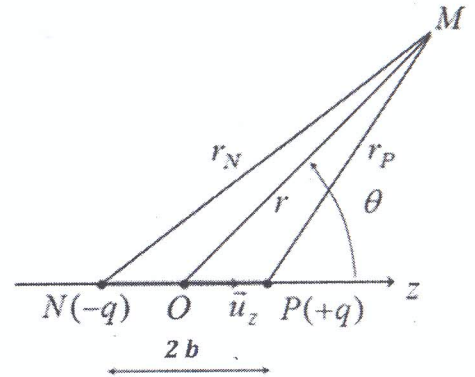
- 1) Calculer la charge totale $Q(r)$ du nuage électronique dans le cas où $n = 3$.
- 2) Montrer que si $n < 3$, cette charge $Q(r)$ tendra vers l'infini. Commenter.
- 3) On se met dans le cas où $n > 3$, montrer que la charge q , la limite de la charge $Q(r)$ lorsque la distance r est très grande, s'écrit : $q = \lim_{r \rightarrow \infty} Q(r) = \frac{4\pi A}{n-3} a^{3-n}$.

Le noyau, supposé ponctuel, est placé en O . Il porte une charge $q = Ze$ avec Z est le numéro atomique de l'atome et e la valeur absolue de la charge d'un électron.

- 4) L'atome étant neutre, exprimer la constante A en fonction de n , Z , e et a . Vérifier le signe de A .

- 5) En appliquant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrique et le potentiel en tout point de l'espace.

Suite à une excitation extérieure, le nuage électronique entourant le noyau subit un décalage d'une distance $2b$ de manière à considérer le système (noyau, nuage électronique) comme un dipôle électrostatique (N,P) de charge respectives $-q, q$; voir la figure ci-contre.



- 6) Définir le moment dipolaire électrostatique $\vec{p}$ du dipôle (NP).
- 7) Calculer le potentiel $V(M)$ associé à la présence de ce dipôle en un point M très éloigné, voir figure. Donner l'équation d'une surface équipotentielle.
- 8) En déduire le champ électrostatique $E(M)$ et tracer l'allure des lignes de champ.
- 9) Calculer l'énergie potentielle de ce dipôle notée E_p .

Soit maintenant deux armatures planes (supposées de dimension infinie) placées parallèlement et distant de d . Ces deux armatures sont chargées respectivement des densités surfaciques constantes $-\sigma$ et σ .

- 10) Donner l'expression du champ $\vec{E}_a$ tout point M positionné entre les deux armatures.
- 11) Déduire le potentiel $V_a(M)$. Soit U la différence de potentiel entre les deux armatures. Expliciter U en fonction de σ, ϵ_0 et d .

Le dipôle ainsi étudié dans les questions de 6) à 9), est maintenant placé entre les deux armatures. Il est soumis à l'action de la force électrostatique.

- 12) Exprimer en fonction du moment dipolaire $\vec{p}$ et du champ $\vec{E}_a$, la force résultante $\vec{f}$, ainsi que le moment du couple $\vec{\Gamma}$, qui s'exerce sur le dipôle (NP).
- 13) Exprimer l'énergie d'interaction entre le dipôle et le champ électrostatique $\vec{E}_a$. Déduire l'énergie potentielle totale du dipôle (NP).

PROBLEME 3 : (MAGNETOSTATIQUE)

On appelle solénoïde (en grec tuyau) un enroulement régulier de fil conducteur sur un cylindre. Le but est de créer un champ magnétostatique uniforme dans la région interne de ce dispositif. Le solénoïde, de rayon a , d'axe ($z'z$) et comporte N spires est parcouru par un courant d'intensité i . On néglige

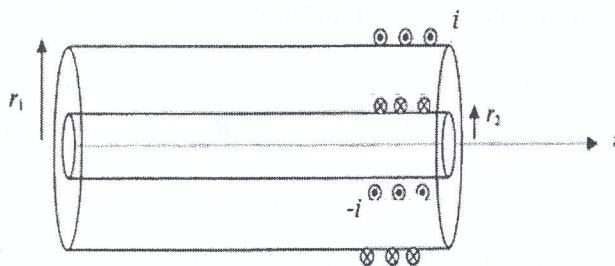


les effets de bord (c'est-à-dire) qu'on considère sa longueur l infinie. On introduira n le nombre de spires par unité de longueur, soit: $n = N/l$.

- 1) Énoncer le théorème d'Ampère et expliciter les différents termes.
- 2) par des considérations de symétries et d'invariances, montrer que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ en un point M quelconque repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) , s'écrit globalement sous la forme $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_z$. $\vec{u}_z$ est le vecteur unitaire directeur de l'axe ($z'z$).
- 3) Montrer que le champ magnétostatique est uniforme à l'intérieur du solénoïde et nul à son extérieur en utilisant le théorème d'Ampère, on prendra $B(\infty) = 0$.
- 4) Déterminer le flux du champ magnétique $\vec{B}(M)$ à travers un cylindre fermé d'axe ($z'z$), de hauteur h et de rayon r . Commenter.
- 5) Calculer le flux ϕ du vecteur $\vec{B}(M)$ à travers une section droite de rayon $r > a$ et de vecteur normal sortant $\vec{u}_z$. Exprimer ce flux sous la forme : $\phi = L i$.

On appelle L l'inductance de bobine. Que sera l'unité de L .

On considère maintenant deux solénoïdes S_1 et S_2 coaxiaux, d'axe ($z'z$), de même longueur l rayons $r_1 > r_2$ et comportant respectivement N_1 et N_2 spires jointives, enroulés dans le même sens (voir Figure 2). On pourra introduire les nombres de spires par unité de longueur, soient alors $n_1 = \frac{N_1}{l}$ et $n_2 = \frac{N_2}{l}$. Les solénoïdes S_1 et S_2 sont parcourus respectivement par les courants i et $-i$.



Vue de S_1 et S_2 en coupe longitudinale

Le champ magnétique résultant (B_{total}) conservera-t-il par raison de symétries et invariances sa direction selon l'axe ($z'z$).

- 6) Déterminer alors le champ B_{total} en tout point de l'espace. Tracer les lignes de champ de chaque cas.
- 7) Que sera le champ magnétique B_{total} si on décale parallèlement l'axe de révolution du solénoïde S_1 par rapport à celui de S_2 .

