

Devoir de Contrôle n°2
Epreuve de Physique

Les résultats littéraux devront être encadrés. Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Exercice 1 :

On assimile une lame, à un plan infini défini par $x = 0$. Le demi-espace $x > 0$ est vide. La charge totale de la lame est considérée comme surfacique répartie uniformément et de densité σ (σ est une constante positive) ; voir figure I.1. De plus, on suppose que le champ électrique régnant à l'intérieur de la lame ($x < 0$) est nul.

- 1) Déterminer, par des arguments de symétrie, la direction du champ E dans le demi espace : $x > 0$.
- 2) À l'aide du théorème de Gauss, déterminer l'expression du champ E , en tout point du demi-espace vide $x > 0$.
- 3) Énoncer la relation existante entre le potentiel électrostatique $V_0(x)$ et le champ électrique $E(x)$ trouvé à la question précédente. Déterminer, à une constante près, l'expression de $V_0(x)$ en tout point du demi-espace $x > 0$.

Supposant maintenant, qu'au voisinage de la lame se trouve une distribution volumique uniforme de charge, dont la densité volumique de charge est notée ρ . La distribution volumique de charge est répartie dans la tranche comprise entre les valeurs $x = 0$ et $x = L$, où L est

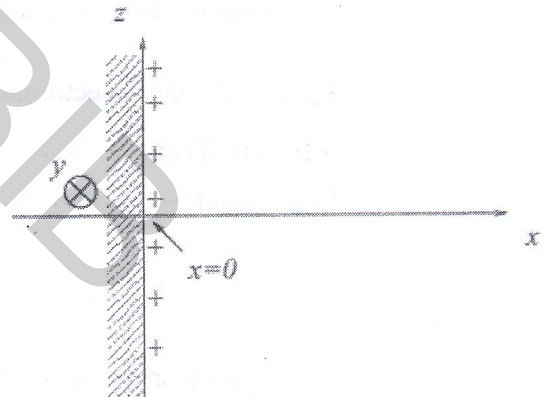


Figure I.1

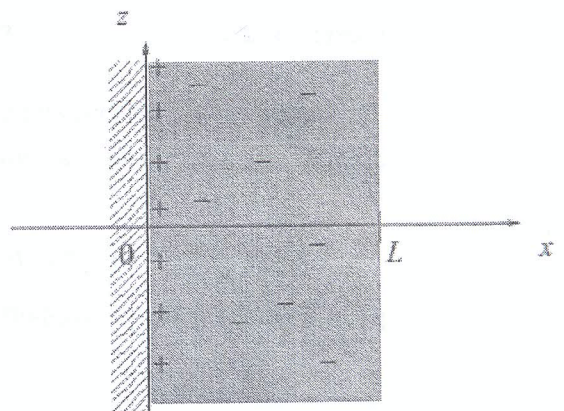


Figure I.2

une épaisseur caractéristique que l'on se propose de déterminer ultérieurement, voir figure I.2.

La charge volumique est de signe opposé à la charge surfacique et ne perturbe pas celle-ci.

- 4) Comme dans la partie précédente, déterminer, par des arguments de symétrie, la direction du champ électrique total E_{tot} en considérant à la fois les distributions de charge surfacique σ et volumique ρ .
- 5) Par application du théorème de Gauss, déterminer la valeur du champ électrique $E_{tot}(x)$ en tout point appartenant à l'intervalle $[0, L]$. Montrer que $E_{tot}(x)$ est uniforme pour toute valeur $x > L$.
- 6) On dit que la distribution de charge volumique écrante la distribution surfacique de charge lorsque le champ $E_{tot}(x)$ s'annule pour tout $x > L$. Donner la relation, portant sur σ , ρ et L , pour laquelle la condition d'écrantage, ou d'électro-neutralité, est satisfaite.

Dans toute la suite du problème, on supposera la condition d'écrantage, ou d'électro-neutralité, est satisfaite. Le champ E_{tot} est donc nul pour toute valeur $x > L$.

- 7) Donner l'expression du potentiel électrostatique $V_{tot}(x)$ en tout point du demi-espace $x > 0$. On distinguera les intervalles $0 < x \leq L$ et $x > L$, et on prendra $V_{tot}(L) = 0$.
- 8) Représenter graphiquement l'allure de l'amplitude $\|E_{tot}(x)\|$ en fonction de x , pour $x > 0$. Tracer également l'allure du carré du champ $E_{tot}^2(x)$.

La théorie de l'électromagnétisme permet d'établir l'expression de la densité volumique d'énergie électrostatique, égale à $\epsilon_0 \frac{E^2}{2}$, où E désigne le champ électrique. Dans le cas de la lame écrantée, on définit u comme l'énergie électrostatique par unité de surface:

$$u = \int_0^\infty \epsilon_0 \frac{E_{tot}^2(x)}{2} dx$$

- 9) Déterminer u associée à la distribution de charge et exprimer le résultat en fonction de σ , L et ϵ_0 .

Exercice 2 :

On considère un cylindre creux de rayons (R_0, R) , supposé de longueur infinie, d'axe (Oz) . Ce cylindre est parcouru par un courant défini par sa densité volumique :

$\vec{j} = j_0 \left(\frac{r-R_0}{R-R_0} \right)^2 \vec{u}_z$, où j_0 et R_0 sont deux constantes positives. r exprime la position d'un point M de l'espace par rapport à l'axe Oz .

1) En utilisant les éléments de symétries, déterminer la direction et les variables dont dépend le champ magnétique B créé par le cylindre creux en le point M de coordonnées cylindriques (r, θ, z) ; voir figure ci-contre.

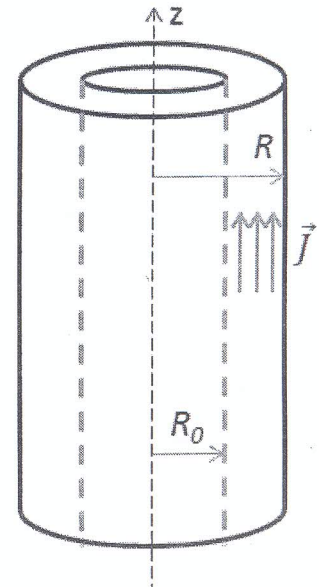
2) En appliquant le théorème d'Ampère, calculer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ en tout point M de l'espace.

3) Tracer sur un schéma les lignes de champs.

4) Un fil conducteur supposé de longueur infinie, est placé selon l'axe de révolution (Oz) du cylindre précédent. Ce fil est parcouru par un courant d'intensité constante, noté I .

a. En appliquant le théorème d'Ampère, trouver en tout point M de l'espace, le champ magnétique $\vec{B}_{total}$ créé par l'ensemble (fil, cylindre creux).

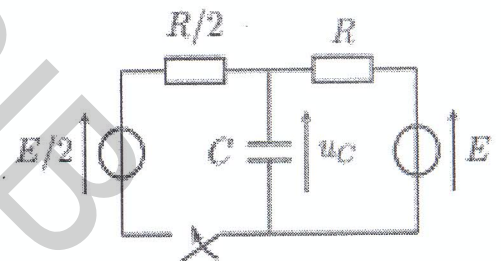
b. En préciser la valeur de I de manière à ce que ce champ soit nul à l'extérieur du cylindre.



Exercice 3 :

On considère le circuit électrique suivant constitué de deux alimentations stabilisées de forces électromotrices E et $E/2$ de sens de branchement opposés respectivement en série avec chacun un résistor de résistances $R/2$ et R et reliés par un condensateur idéal de capacité C ; voir figure ci-contre.

Dans le montage ci-contre, le condensateur C est initialement déchargé. L'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$.



1) Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C .

2) Résoudre cette équation.

3) Déterminer le temps t_1 nécessaire pour que la valeur finale de u_C soit atteinte à 1 % près.

4) Exprimer la puissance totale dissipée par effet joule. Interpréter sa valeur finale.