

Examen de Fin du 2^{ème} Semestre de Physique

– L'usage des calculatrices est autorisé.

– Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.

N. B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

QCM :

1) Une ligne de champ électrostatique $\vec{E}$ est définie par :

A : $\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$	B : $\vec{E} \wedge d\vec{l} = \vec{0}$	C : $\vec{E} \perp d\vec{l}$
----------------------------------	---	------------------------------

2) La circulation du champ électrostatique E le long d'un contour fermé est :

A : Égale à la ddp entre deux points du contour	B : Égale à zéro, car le champ est conservatif	C : Nulle uniquement si le potentiel est constant.
---	--	--

3) En établissant une analogie entre les dipôles électrostatiques et magnétiques, on peut associer une charge ponctuelle q à :

A : Une tension électrique V	B : Un courant électrique i	C : Un flux magnétique ϕ
--------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

4) Le flux du champ magnétique B à travers une surface fermée est :

A : Proportionnel à l'intensité du courant traversant la surface	B : Nul, le flux de B se conserve.	C : Conservé au cours du temps, quelle que soit la surface.
--	--------------------------------------	---

5) Une évolution quasi-statique est :

A : Évolution rapide avec fluctuations locales des grandeurs.	B : Évolution lente avec équilibre permanent.	C : Une transformation irréversible à grande échelle.
---	---	---

6) Pour un gaz parfait, la forme massique de la relation de Mayer est :

A : $c_p - c_v = R$	B : $c_p - c_v = \frac{R}{M}$	C : $c_p - c_v = \frac{\gamma R}{M}$
---------------------	-------------------------------	--------------------------------------

7) Les transferts thermiques se font spontanément :

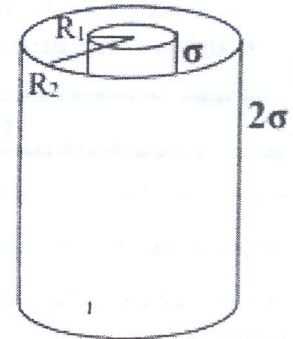
A : D'un corps froid vers un corps chaud.	B : D'un corps chaud vers un corps froid.	C : Indépendamment de la température des corps.
---	---	---

8) Laquelle des relations suivantes est correcte pour les différentiels de l'entropie dS et de l'enthalpie dH dans un gaz parfait ?

A : $dH = TdS + VdP$	B : $dH = TdS - PdV$	C : $dH = TdS + PdV$
----------------------	----------------------	----------------------

Problème 1 (Electrostatique):

Les accumulateurs cylindriques, tels que les batteries Li-ion couramment utilisées dans les téléphones, ordinateurs portables, et véhicules électriques, présentent des géométries de type coaxial. Ces dispositifs sont conçus pour optimiser le stockage d'énergie tout en minimisant les pertes énergétiques et les effets de dissipation thermique. Ce système est modélisé par deux cylindres coaxiaux, de longueurs infinies, de rayons respectifs R_1 et R_2 , avec $R_1 < R_2$, comme illustré sur la figure.

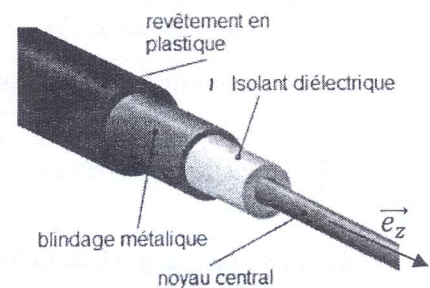


Le cylindre interne de rayon R_1 porte une distribution de charge surfacique uniforme de densité $\sigma_1 = \sigma$ où σ est une constante strictement positive. Le cylindre externe de rayon R_2 porte, quant à lui, une distribution surfacique de densité $\sigma_2 = 2\sigma$.

- 1) Justifier, à partir des considérations de symétrie et d'invariance, que le champ électrostatique généré par ce système est purement radial.
- 2) En appliquant le théorème de Gauss, déterminer l'expression du champ électrostatique $E(r)$ dans tout l'espace. Ensuite, représenter l'allure du champ $E(r)$ en tout point de l'espace M .
- 3) En déduire l'expression du potentiel électrostatique $V(r)$ en tout point, en imposant la condition $V(\infty)=0$.
- 4) Déterminer la densité de charge volumique ρ à introduire dans la région comprise entre les deux cylindres ($R_1 < R_2$) afin d'annuler le champ électrostatique en dehors du cylindre externe.

Problème 2 (Magnétostatique)

Les câbles coaxiaux servent à transmettre des signaux basse fréquence. Ils sont utilisés quotidiennement, par exemple dans les installations de télévision domestiques, les émetteurs WiFi, etc. Un câble coaxial est constitué de deux conducteurs cylindriques de même axe (Oz) : un noyau ou âme, de rayon a , et un blindage, de rayon $b > a$, séparés par un matériau isolant.



Le noyau central est parcouru par un courant constant I , dirigé selon $\vec{e}_z$, uniformément réparti en volume. Le blindage, d'épaisseur négligeable, est parcouru par un courant exactement opposé réparti à sa surface. L'isolant étant non magnétique, sa perméabilité est égale à celle du vide μ_0 .

- 1) Déterminer la densité volumique de courant J dans l'âme.
- 2) Calculer le champ magnétique en tout point de l'espace.
- 3) Déterminer l'énergie magnétique E_m stockée dans un tronçon de câble de longueur h , sachant que $dE_m = \frac{B(M)^2}{2\mu_0} d\tau$; $d\tau$ étant l'élément de volume du câble.

- 4) Par identification, en déduire l'inductance L par unité de longueur du câble sachant que:

$$E_m = \frac{1}{2} h L I^2.$$

Problème 3 (Thermodynamique)

Les trois parties sont indépendantes.

Partie A (Compression en deux étapes. Travail minimal.):

Une mole d'air (assimilé à un gaz parfait de coefficient de Laplace γ) est prélevée dans l'atmosphère à la température T_0 , sous la pression P_0 . On le comprime lentement (la transformation est supposée réversible) dans un compresseur adiabatique jusqu'à la pression P_f .

- 1) Exprimer la température finale du gaz T_f , en fonction de T_0 et de $a = \left(\frac{P_f}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$
- 2) Exprimer algébriquement et numériquement le travail W_1 fourni au gaz par le compresseur.

Données : $P_0 = 1 \text{ bar}$; $P_f = 12 \text{ bar}$; $\gamma = 1,4$; $T_0 = 288 \text{ K}$; $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Cette compression est désormais réalisée dans deux compresseurs successifs : l'air traverse un premier compresseur qui le comprime de P_0 à P_1 (toujours de manière lente et adiabatique), puis il traverse un échangeur où il se refroidit de façon isobare, sous la pression P_1 , jusqu'à T_0 et traverse enfin un second compresseur adiabatique qui le comprime réversiblement de P_1 à P_f .

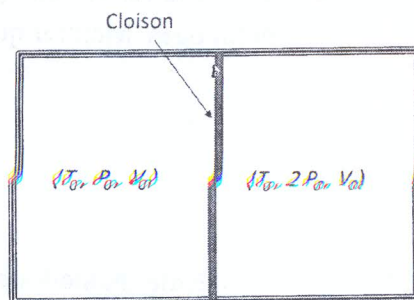
- 3) Montrer que le travail fourni par les deux compresseurs vaut $W_2 = \frac{RT_0}{\gamma-1} \left(x + \frac{a}{x} - 2\right)$, où

$$x = \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

- 4) Pour quelle valeur P_{1m} de P_1 , exprimée en fonction de P_0 et de P_f , ce travail est-il minimal ?

Partie B (Création d'entropie):

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison d'air S étanche, de très faible épaisseur, diatherme et mobile sans frottement. Les deux compartiments contiennent un même gaz parfait. Dans l'état initial, la cloison est maintenue au milieu de l'enceinte. Le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0, P_0, V_0) et le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0, 2P_0, V_0)$. On laisse alors la cloison bouger librement jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre.



- 1) Déterminez l'état final du système après que la cloison ait bougé librement.
- 2) Calculez l'entropie créée durant ce processus.

Partie C (Moteur de Stirling):

On s'intéresse maintenant au moteur Stirling, dans lequel le gaz caloporteur est constitué de n moles de diazote, considéré comme un gaz parfait diatomique d'indice adiabatique $\gamma = 7/5$. Le mouvement déphasé des deux pistons du moteur, relativement élaboré et que l'on ne décrira pas ici, impose à l'azote le cycle ci-dessous :

- étape 1-2 : Une détente isotherme au contact des fumées de combustion à la température $T_c = 700^\circ\text{C}$;
- étape 2-3 : refroidissement isochore ;
- étape 3-4 : compression isotherme au contact de l'eau de retour du chauffage à la température $T_f = 50^\circ\text{C}$;
- étape 4-1 : chauffage isochore.

Pour cette partie, on suppose les sources de température constante. On pose $\tau = V_{\max}/V_{\min}$ le taux de compression volumétrique, c'est-à-dire le rapport des volumes extrêmes occupés par le gaz au cours du cycle.

- 1) Indiquer dans un tableau la température (T_f ou T_c) et le volume ($V_{\min}$ ou $V_{\max}$) pour chacun des quatre points du cycle. En quel point la pression est-elle maximale ? minimale ?
- 2) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron (P , V). Quel élément confirme qu'il s'agit bien du cycle d'un moteur ?
- 3) Établir les expressions littérales du travail W_{ij} et du transfert thermique Q_{ij} algébriques reçus par le gaz au cours de chaque étape i - j du cycle.

On considère que les transferts thermiques Q_{12} et Q_{41} sont échangés avec la source chaude (fumées de combustion), alors Q_{23} et Q_{34} le sont avec la source froide (eau de retour).

- 4) Définir le rendement η_m du moteur de Stirling en fonction des différents travaux et transferts thermiques. Montrer que :

$$\eta_m = \frac{(T_c - T_f) \ln(\tau)}{\frac{(T_c - T_f)}{\gamma - 1} + T_c \ln(\tau)}$$

- 5) Le calculer numériquement pour $\tau = 4$ et le comparer au rendement de Carnot, dont on utilisera l'expression sans démonstration.

