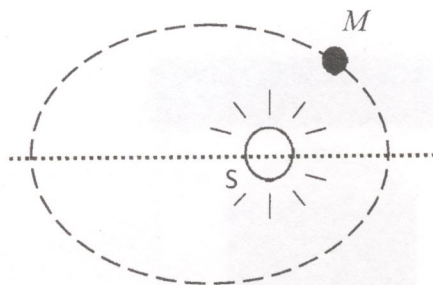


Devoir de Contrôle de Physique du 2^{ème} Semestre**Durée : 1 heure 30 minutes****Exercice 1 :**

Une planète M est repérée par rapport au soleil, par ses coordonnées polaires r et θ . La force de l'interaction gravitationnelle (attractive) entre la planète M de masse m et le soleil de centre O et de masse M_s est $\vec{F} = -\frac{k}{r^2} \vec{u}_r$ ($k = G M_s m =$ constante positive). On désigne par $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ le repère local en coordonnées polaires et par $\vec{L}$ le moment cinétique de la planète M par rapport au soleil et E son énergie totale. On posera $\vec{OM} = r \vec{u}_r$.

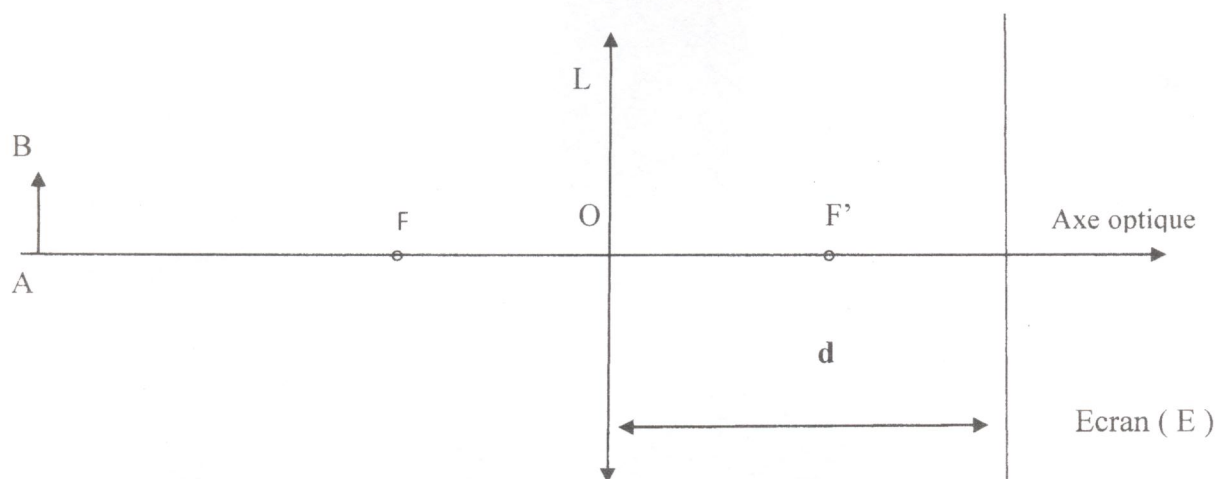
- 1- Montrer que le moment cinétique est une constante. En déduire que le mouvement est plan.
- 2- a- Exprimer la vitesse de la planète dans la base polaire.
b- Retrouver l'expression de la constante des aires C et justifier qu'elle est constante.
- 3- Montrer que la force $\vec{F}$ dérive d'une énergie potentielle $E_p(r)$ (on prendra $E_p(\infty)=0$).
- 4- a- Montrer que l'énergie totale peut s'écrire sous la forme $E = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + U_{\text{eff}}$.
Exprimer U_{eff} en fonction de C, m, k et r.
b- Tracer la courbe U_{eff} en fonction de r.
- 5- a- Exprimer l'énergie totale E en fonction de u, k, m et C
b- En déduire l'équation différentielle de la trajectoire de la planète
c- Déterminer la solution de l'équation différentielle.
- 6- Exprimer l'énergie totale E en fonction de $(e^2 - 1)$. En déduire l'énergie mécanique en fonction de demi grand axe. Conclure.
- 7- Exprimer puis calculer SP (périgée) et SA (apogée) telle que l'excentricité $e = 0,0167$, et le de demi-grand axe $a = 1,50.10^{11}$ m.
- 8- En utilisant l'expression de la vitesse aréolaire, déterminer la troisième loi de Kepler.

- 9- **Application : mesure de la masse d'une planète.** La planète de Mars de masse m , décrit autour du soleil, de masse M_s , une ellipse de demi grand axe $a = 230$ millions de km en 1.88 année. Le satellite Déimos de m' , décrit autour de la planète Mars une ellipse de demi grand axe $a' = 23000$ km en 30 h. Déterminer la masse de la planète Mars. On donne $M_s = 2 \cdot 10^{30}$ kg $\gg m \gg m'$.



Exercice 2 :

On considère un objet AB, un écran d'observateur (E) et une lentille convergente mince L de centre optique O et de distance focale image f' , plongée dans l'air. (voir figure).



- 1- Faire la construction de l'image A'B'.
- 2- On désire former l'image d'un objet réel AB sur l'écran située à une distance D_m de l'objet (distance minimal pour observer l'image sur l'écran a partir d'un objet réel). Exprimer la distance d séparant la lentille de l'écran en fonction de f' et OA .
- 3- La lentille convergente L restant fixe par rapport à l'objet, on recule l'écran, et on intercale entre celle-ci et L une lentille divergente L_1 de distance focale $f'_1 = -6\text{cm}$. Comment doit-on placer L_1 pour que le grandissement linéaire du système soit multiplié par deux. de combien a-t-il fallu déplacer l'écran.