

Devoir de contrôle de Physique du deuxième Semestre

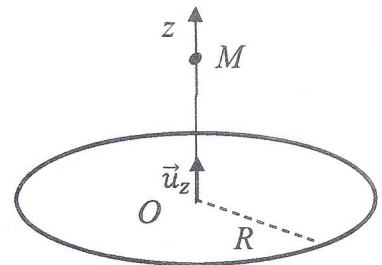
(Durée : 1H 30mn)

N.B: Il sera tenu compte de la présentation des copies.

Exercice 1 :

On se propose d'étudier le champ électrostatique créée par une boucle circulaire de rayon R et de centre O chargée avec la densité de charge linéique uniforme $\lambda > 0$.

1. Etudier la direction et la dépendance du champ électrostatique créée par la boucle en un point M situé sur l'axe Oz .
2. Déterminer l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ créée par la boucle au point M .

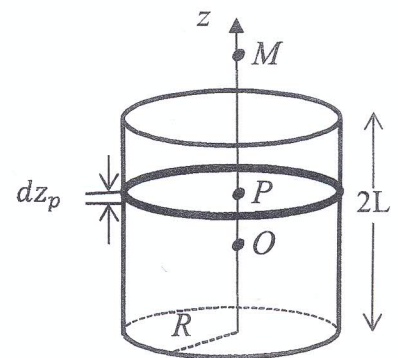


On se propose maintenant de calculer le champ électrostatique créée par un cylindre creux de rayon R et de longueur $2L$ et chargé avec la densité surfacique uniforme σ .

3. Quelle est la direction du champ électrostatique créée par le cylindre en un point M situé sur l'axe Oz ?
4. Calculer la charge totale Q répartie sur la surface du cylindre.

On considère une boucle d'épaisseur infinitésimale dz_p située à la cote z_p au point P .

5. Exprimer la charge infinitésimale dQ_p contenue dans la tranche d'épaisseur dz_p en fonction de σ et dz_p . Trouver une relation entre λ et σ .
6. En déduire l'expression du champ électrostatique $\vec{E}$ créée par le cylindre au point M .



Exercice 2 :

Une sphère de centre O et de rayon R contient une charge répartie uniformément avec une densité volumique $\rho(r) = ar$ où a est une constante positive et $r = OM$.

1. Etudier les propriétés d'invariances de la distribution de charges. En déduire les variables d'espace dont dépendent le champ électrostatique $\vec{E}$ et le potentiel V .
2. Montrer que le champ électrostatique $\vec{E}$ est nul au point O.
3. Par un calcul direct, montrer que le potentiel électrostatique en O est égale à
$$V_0 = \frac{aR^3}{3\epsilon_0}.$$
4. Exprimer le potentiel en tout point de l'espace en utilisant l'équation locale de Poisson $\Delta V = -\frac{\rho(M)}{\epsilon_0}$. (On prendra $V(r \rightarrow \infty) = 0$).
5. En déduire le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace.
6. Retrouver l'expression de $\vec{E}(M)$ en appliquant le théorème de Gauss.

On donne : en coordonnées sphériques

$$\Delta V = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dV}{dr} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dV}{d\theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{d^2 V}{d\varphi^2}$$

$$\overrightarrow{\text{grad} V} = \left(\frac{dV}{dr} \right) \vec{e}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{dV}{d\theta} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{dV}{d\varphi} \vec{e}_\varphi$$