

Devoir de Contrôle de Physique du deuxième Semestre

(Durée : 1H 30mn)

Exercice 1(7 points)

I- On considère un fil infini, d'axe Oz portant une charge uniformément répartie avec la densité linéique λ .

1-Déterminer le champ électrostatique en tout point M de l'espace.

2-Déduire le potentiel électrostatique V en tout point M de l'espace à une constante près.

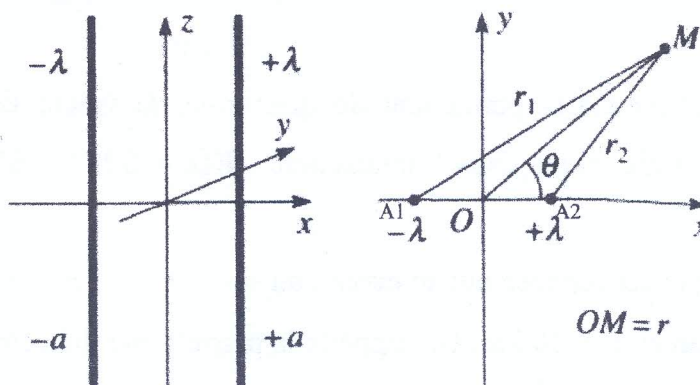
II-On considère deux fils rectilignes infinis parallèle à l'axe oz et d'équations cartésiennes respective : $x = -a$ et $x = +a$, de charges linéiques uniformes $-\lambda$ et $+\lambda$ ($\lambda > 0$). On note A_1 et A_2 leurs intersections respectives avec le plan xoy.

Le point M sera repéré par ses coordonnées cylindriques(r, θ, z) et on notera r_1 et r_2 les distances respectives entre M et le premier fil d'une part et M et le second fil d'autre part, voir figure ci-dessous.

1-Déterminer l'expression du potentiel crée par les deux fils en M, en choisissant $V=0$ au point O.

2-En déduire le potentiel créé en M en fonction de r et θ lorsque $r \gg a$.

3-Déterminer les composantes du champ électrostatique en coordonnées cylindriques.



On donne : $\ln(1+x) \approx x$; pour $x \ll 1$.

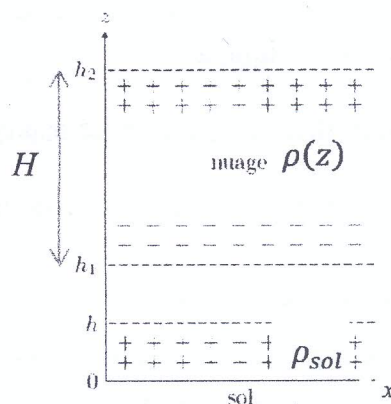
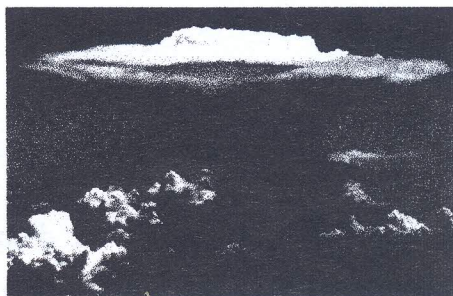
$$\overrightarrow{\text{grad}}(f) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$$

Exercice 2 (13 points):

L'apparition de cumulonimbus, nuage gigantesque au profil en forme d'enclume, est annonciatrice d'un orage imminent.

On modélise dans cet exercice un nuage typique, situé entre les altitudes $h_1 = 2\text{km}$ et $h_2 = 10\text{km}$. On se place à proximité suffisante du centre du nuage pour pouvoir négliger les effets de bord : toutes les grandeurs sont supposées ne dépendre que de z .

On pose $h_0 = (h_1 + h_2)/2$ et $H = h_2 - h_1$



On constate habituellement dans ces nuages l'apparition de charges négatives à la base du nuage et de charges positives au sommet. On suppose que la densité volumique de charge du nuage s'écrit sous la forme $\rho(z) = Az + B$, où A et B deux constantes, varie linéairement de la valeur maximale $\rho_0 > 0$ en $z = h_2$ à la valeur opposée $-\rho_0$ en $z = h_1$. La base chargée du nuage fait alors apparaître, par influence et ionisation de l'air, des charges positives dans l'atmosphère sur une hauteur $h = 500\text{m}$. On les supposera réparties uniformément avec une densité volumique ρ_{sol} . L'air entre $z = h$ et $z = h_1$ n'est pas chargé.

Des mesures expérimentales permettent de déterminer la valeur de la composante verticale du champ électrique dans l'atmosphère : $E(z = 500) = 65 \text{ kV m}^{-1}$ à 500m d'altitude.

Le champ électrique est supposé nul au niveau du sol en $z = 0$: $E(z = 0) = 0$.

On donne $h_1 = 2 \text{ km}$ et $h_2 = 10 \text{ km}$. On rappelle la permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$.

1) justifier qu'en tout point M on a : $\vec{E}(M) = E(z) \vec{u}_z$.

2) Exprimer la densité volumique de charges $\rho(z)$ à l'intérieur du nuage en fonction de ρ_0 , z , H , h_1 et h_2 .

3) En utilisant la forme locale du théorème de Gauss : $\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$.

a- Déterminer le champ électrique $E(z)$ dans la zone chargée $0 < z < h$ au niveau du sol. En déduire la valeur numérique de la densité volumique de charges ρ_{sol} .

b- Montrer que le champ électrique dans la zone $h < z < h_1$ est uniforme et donner sa valeur.

c- Montrer que le champ électrique dans le nuage, pour $h_1 < z < h_2$, s'écrit:

$$E(z) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 H} (z^2 - (h_1 + h_2)z) + \frac{1}{\epsilon_0} (\rho_{sol} h + \rho_0 \frac{h_1 h_2}{H}).$$

4) Montrer que $E(z)$ passe par un extrémum pour $z = \frac{h_1 + h_2}{2}$.

5) Représenter l'allure de $E(z)$ en fonction de l'altitude z .

6) Exprimer le potentiel électrostatique $V(z)$ dans les trois zones.

On prend $V(z=0) = 0$.

7) Déduire la différence de potentiel U entre le sol ($z = 0$) et la base du nuage ($z=h_1$). Comparer cette tension aux tensions industrielles de l'ordre de 1500kV.

On donne : $\text{div}(\vec{E}) = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$