



DEVOIR DE SYNTHESE
(Semestre 2)

Matière : Physique
Date : mardi 16 Mai 2023
Durée : 3 heures
Nombre de pages : 04

EXERCICE 1

On considère une machine thermodynamique utilisée comme congélateur et fonctionnant avec une mole de gaz parfait qui décrit une série de cycles.

A chaque cycle, le gaz extrait de l'intérieur de l'enceinte une quantité de chaleur Q_1 au niveau de la source froide de température constante T_1 et échange une quantité de chaleur Q_2 avec la source chaude de température constante T_2 ($T_2 > T_1$), ainsi qu'un travail W avec l'extérieur. En dehors des échanges de chaleur avec les deux sources, les transformations sont supposées adiabatiques.

1. Quels sont les signes de Q_1 , Q_2 et W , le système étudié étant le gaz.
2. Pour quel type de cycle l'efficacité $e = \frac{Q_1}{W}$ est-elle maximale ?

Exprimer cette efficacité maximale $e_{\max}$ en fonction des températures des sources.

On fait fonctionner le congélateur de telle manière que le gaz décrive un cycle de Joule composé des quatre transformations suivantes :

- Une compression adiabatique réversible de la pression P_1 à la pression P_2 , la température passant de T_1 à T_2' .
- Un refroidissement à la pression P_2 jusqu'à la température T_2 .
- Une détente adiabatique réversible de P_2 à P_1 , la température passant de T_2 à T_1' .
- Un réchauffement à la pression P_1 jusqu'à la température T_1 .

Les capacités thermiques molaire C_p et C_v à pression et à volume constants sont indépendantes de la température et l'on désigne leur rapport par $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

3. Calculer T_1' et T_2' en fonction des pressions et des températures nécessaires.
 4. En déduire la relation $T_1 T_2 = T_1' T_2'$
- Classer les températures T_1 , T_2 , T_1' , T_2' suivant l'ordre croissant de leur valeur.
5. Donner les expressions de Q_1 et Q_2 .

Montrer que $\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{T_1}{T_2} = -\frac{T_1'}{T_2'}$

- Exprimer l'efficacité e en fonction de (T_1, T_2') puis en fonction de (T_2, T_1') . En déduire que $e < e_{\max}$. Conclure.
- Donner les expressions de la variation d'entropie ΔS du gaz au cours de chaque transformation du cycle.
En déduire la variation d'entropie du gaz pour un cycle ; conclure.
- Représenter l'allure du cycle étudié dans le diagramme (V, P) , V en abscisse et P en ordonnée.

EXERCICE 2

On considère un système optique (S) constitué de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 de même axe optique Δ , et distantes de h (voir figure a). On désigne par f_1 et f_2 les distances focales images de L_1 et L_2 .

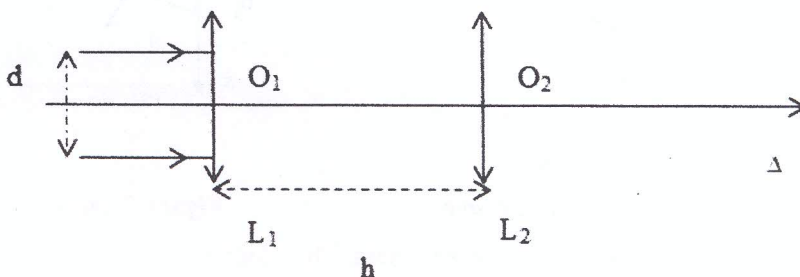


Figure a

- Tracer la marche d'un rayon incident parallèle à l'axe optique Δ . on notera F' le point d'intersection du rayon qui émerge du système optique avec l'axe optique Δ . On prendra pour le tracé : $f_1=3\text{cm}$ et $f_2=1\text{cm}$ et $h=5\text{cm}$.
- Exprimer en fonction de f_1, f_2 et h la distance algébrique $\overline{O_2F'}$ ou O_2 désigne le centre optique de la lentille L_2 .
- En déduire une condition sur la distance h pour que le rayon émergent soit aussi parallèle à l'axe optique Δ . Que peut-on dire du système (S).
- Le système (S) est éclairé par un faisceau de laser parallèle à l'axe optique Δ de diamètre d (voir figure a). La distance focale de la lentille L_1 est maintenant $f_1=2\text{cm}$. Calculer la distance focale image f_2 de la lentille L_2 sachant que le faisceau laser sort du système optique parallèle à l'axe optique Δ et de diamètre $D=4\text{cm}$. faire une figure pour $d=1\text{cm}$.

PROBLEME

I. Spire en rotation dans un champ magnétique uniforme et constant

Une spire conductrice circulaire (S), de résistance R de rayon a , de surface $S = \pi a^2$ et de centre O , tourne à vitesse angulaire $\omega > 0$ supposée constante autour d'un de ses diamètres servant d'axe oz au problème. Le mouvement de la spire est assuré par un moteur de couple mécanique Γ_m (non représenté dans le schéma).

Les axes Ox, Oy, Oz sont munis de la base orthonormée $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. La position de S est repérée par l'angle $\theta = \omega t$ entre le plan xOz et le plan de la spire. L'orientation du sens positif du courant dans la spire est imposée (voir figures 1 et 2).

Cette spire est placée dans un champ magnétique uniforme et constant, parallèle à l'axe Oy et noté $\vec{B} = B\vec{u}_y$ (B constante positive).

On néglige uniquement dans cette partie le coefficient d'auto-induction de la spire. La spire est soumise à un couple de frottement $\vec{\Gamma}_f = -\beta\vec{\omega}$ avec $\beta = \text{cte} > 0$ et $\vec{\omega} = \omega\vec{u}_z$.

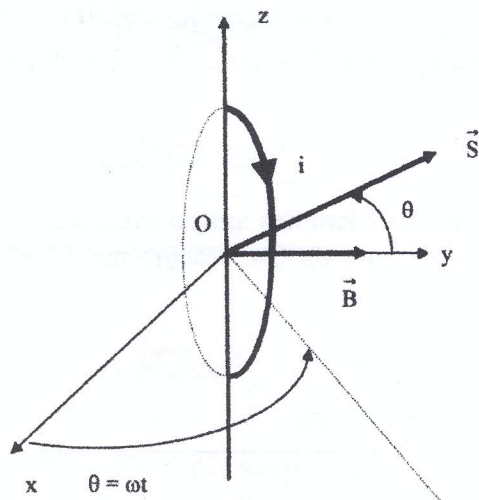


Figure 1 .vue en perspective

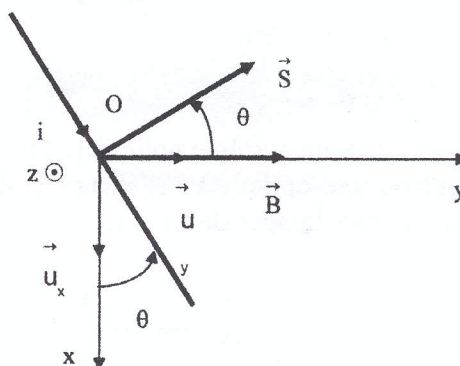


Figure 2 .vue de dessus

1. Montrer que la spire sera le siège d'une force électromotrice induite $e(t) = B\pi a^2 \omega \sin(\omega t)$.
2. Calculer le couple électromagnétique $\vec{\Gamma}$ dû aux forces de Laplace qui s'exerce sur la spire parcourue par le courant induit i.
(On rappelle que le moment des forces de Laplace pour une spire de moment magnétique $\vec{M} = i\vec{S}$ et placée dans un champ $\vec{B}$ s'écrit $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$).
3. On relie à la spire de résistance R une résistance R' . Donner le schéma électrique équivalent du circuit et en déduire l'expression du courant induit i.
4. Montrer que le moteur doit délivrer un couple mécanique $\Gamma_m = \beta\omega + \frac{B^2 S^2 \omega}{(R + R')} \sin^2(\omega t)$ pour maintenir la vitesse de rotation de spire ω constante. (On rappelle que le théorème de moment cinétique s'écrit : $J \frac{d\omega}{dt} = \sum \Gamma$, avec J moment d'inertie de la spire par rapport à l'axe Oz).
5. Retrouver ce résultat par un bilan de puissance des couples. (on rappelle $P = \omega \Gamma$)

II. Spire fixe dans un champ magnétique variable

La spire étudiée précédemment de rayon a et de résistance R est maintenant fixe et on tient compte de son coefficient d'auto-inductance L. Son centre est placé à l'intérieur et sur l'axe d'un solénoïde de rayon $b > a$ de coefficient d'auto-induction L_s et de résistance R_s , l'axe de la spire étant confondu avec l'axe du solénoïde. (Voir figure 3). Le solénoïde est alimenté par un générateur idéal de courant électromoteur $i_0(t) = I_0 \cos(\omega t)$ avec $I_0 = 1\text{A}$. On pose que $n = \frac{N}{\ell}$ le nombre de spires par unités de longueur du solénoïde avec ℓ la longueur de solénoïde suppose comme infini.

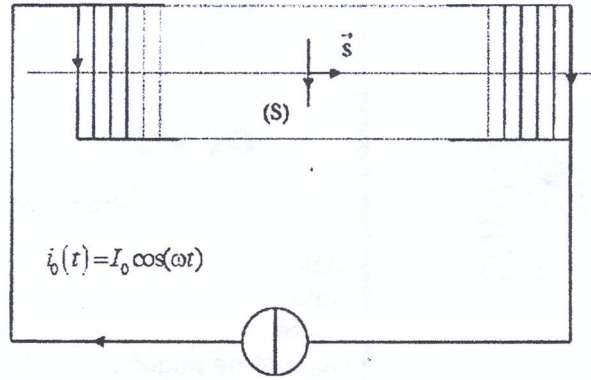
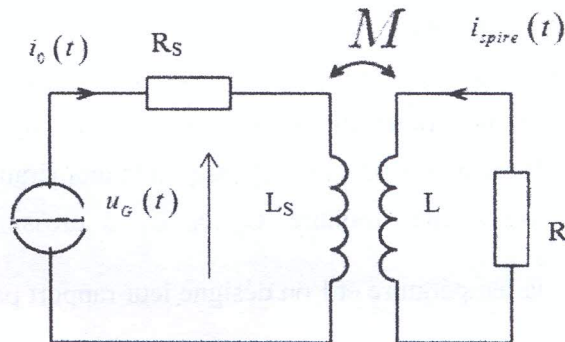


Figure 3

1. Sachant que le champ magnétique à l'extérieur d'un solénoïde infini est nul, montrer grâce au théorème d'Ampère que le champ magnétique crée dans le solénoïde est uniforme et égale à : $\vec{B}_0(t) = \mu_0 n i_0(t) \vec{u}_z$.
2. Calculer par deux méthodes l'inductance propre du solénoïde L_s et l'exprimer en fonction de N, ℓ, μ_0 et b . on rappelle que la densité volumique d'énergie magnétique est donnée par la formule $W_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$.
3. Calculer le flux du champ magnétique $\vec{B}_0(t)$ à travers la spire et en déduire le coefficient d'inductance mutuelle noté M en fonction de N, ℓ, μ_0 et a .
4. Montrer que la spire se comporte comme un générateur de force électromotrice e qu'on exprimera d'une part en fonction de $R, i_{spire}(t)$ et d'autre part en fonction de $M, L, i_0(t)$ et $i_{spire}(t)$ avec $i_{spire}(t)$ le courant induit qui apparait dans la spire.
5. En déduire que le courant induit aux bornes de la spire s'écrit en notation complexe sous la forme suivante : $i_{-spire}(t) = \frac{-Mj\omega}{R + jL\omega} i_0(t)$. Avec $i_0(t) = I_0 e^{j\omega t}$ et $j^2 = -1$

On suppose que le système (spire+ solénoïde) possède le schéma électrique équivalent suivant



6. En appliquant la loi des mailles dans les deux circuit montrer que le bilan de puissance du système couplé donne : $u_G(t) i_0(t) = R_s i_0^2(t) + R i_{spire}^2(t) + \frac{dE_{mag}}{dt}$ avec E_{mag} une quantité à exprimer en fonction de $L, L_s, M, i_0(t)$ et $i_{spire}(t)$.