

Devoir de synthèse n°1

(Durée : 3H)



Exercice 1 (5 points) :

On considère un satellite artificiel assimilable à un point matériel M de masse m se trouvant à une distance r du centre O de la terre et qui est soumis à la seule attraction gravitationnelle terrestre $\vec{F}$. On désigne par R_0 le rayon de la terre (supposée sphérique et homogène) et par g_0 le module du vecteur champ de pesanteur au niveau de la surface de la terre.

On donne $R_0 = 6400$ Km et $g_0 = 10$ m/s²

L'étude s'effectuera par rapport au référentiel géocentrique considéré galiléen.

- 1- Déterminer l'expression de la force d'attraction terrestre $\vec{F}$, exercée par la terre sur M, en fonction de m , R_0 , r , g_0 et le vecteur unitaire $\vec{u}_r$. Montrer que l'expression de g_0 en fonction de G (constante de gravitation), M_T (masse de la terre) et R_0 s'écrit sous la forme suivante : $g_0 = \frac{GM_T}{R_0^2}$.
- 2- Trouver l'expression de l'énergie potentielle E_p dont dérive la force $\vec{F}$ lorsque M se trouve à la distance r du centre O de la terre. On admet que $E_p(r \rightarrow \infty) = 0$.
- 3- Le lancement du satellite est supposé effectué à partir d'un point S de la surface de la terre, en communiquant au satellite une vitesse initiale $\vec{V}_i$, ascendante et verticale, de façon qu'il atteigne un point M d'altitude h avec une vitesse nulle. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, trouver une relation entre l'altitude h et le module V_i de la vitesse du lancement.

Application numérique : calculer V_i pour $h = 600$ Km.

- 4- On considère que le satellite atteint l'altitude h . Quelle sera, dans ces conditions, la vitesse $\vec{V}_0$ qu'il faudrait communiquer au satellite à partir du point M pour que son mouvement à l'altitude $(R_0 + h)$ soit circulaire. Préciser la direction et le module de $\vec{V}_0$.

En réalité lors du lancement d'un satellite, lorsqu'il est éjecté de sa fusée porteuse à l'altitude h , il possède une vitesse $\vec{V}_1$ différente en module et en direction de celle que ferait un satellite en mouvement circulaire de vitesse $\vec{V}_0$. (Voir figure)

Dans ces conditions, on pose : $\|\vec{V}_1\|^2 = \mu \|\vec{V}_0\|^2$ et $\varphi = (\vec{V}_0, \vec{V}_1)$.

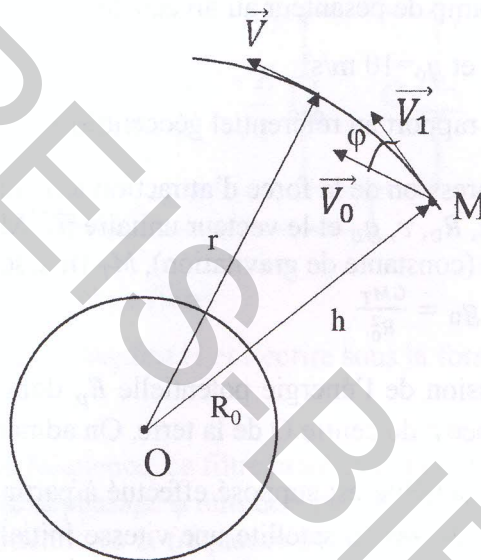
On se propose d'étudier le mouvement du satellite éjecté avec la vitesse $\vec{V}_1$ en prenant pour origine du temps, $t=0$, le moment du lancement du satellite par sa fusée :
 $r_1 = R_0 + h$; $V_1^2 = \mu V_0^2$.

- 5- Exprimer en fonction de μ , R_0 , h , V_0 , φ et m le module $\|\vec{L}_O\|$ du moment cinétique par rapport à O.
- 6- En utilisant la formule de binet relative à l'accélération, montrer que la trajectoire du satellite est une conique d'équation en coordonnées polaires :

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \theta_0)}$$

r et θ désignent les coordonnées polaires du satellite et p est le paramètre de la conique.

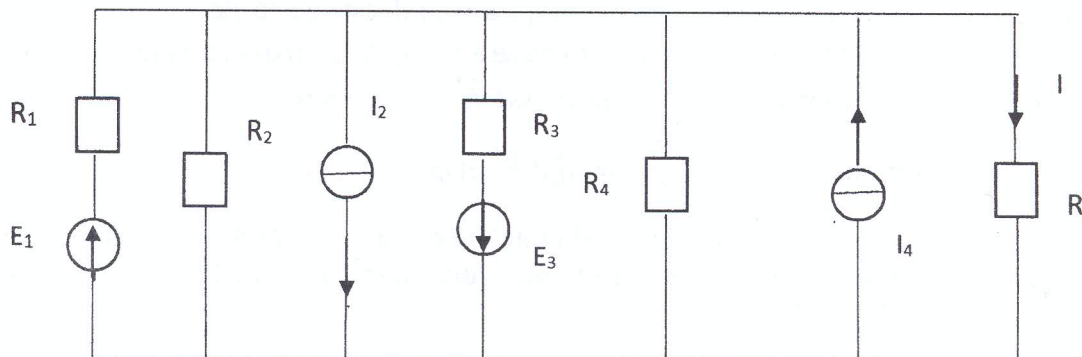
- 7- En déduire une nouvelle expression de $\|\vec{L}_O\|$ en fonction de p , R_0 , g_0 et m .
- 8- En utilisant la formule de binet relative aux vitesses, montrer que l'énergie mécanique E_m du satellite est proportionnelle à $\frac{e^2 - 1}{p}$ avec e est l'excentricité de la trajectoire et $p = \frac{c^2}{g_0 R_0^2}$.



Exercice 2 (3 points) :

Calculer l'intensité I du courant circulant dans la résistance R :

- 1- En appliquant le théorème de Thévenin
- 2- Retrouver le même résultat en appliquant le théorème de Norton.
- 3- En appliquant le théorème de Millman.



Problème (5 points + 4 points + 3points) :

I/ On considère le circuit de déviation magnétique d'un tube cathodique radar (d'inductance L et de résistance r) est alimenté par un générateur de f.é.m. $e(t)$ (Figure1). A l'instant $t=0$ on ferme l'interrupteur K .

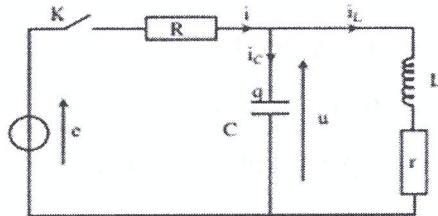


Figure1

1- Déterminer $i(0^-)$, $i_c(0^-)$, $i_L(0^-)$, $u(0^-)$ et $u_L(0^-)$.

2- Déterminer $i(0^+)$, $i_c(0^+)$, $i_L(0^+)$, $u(0^+)$ et $u_L(0^+)$.

3- Etablir l'équation différentielle en fonction de i_L sachant que $r \ll L/R$ et $r \ll R$, mettre cette équation sous la forme : $\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2\sigma \omega_0 \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = \frac{\omega_0^2}{R} e$. Exprimer σ et ω_0 en fonction de R , L et c .

4- Donner la relation entre R , L et C pour que la solution de l'équation sans second membre corresponde au régime critique. Cette condition est supposée satisfaite dans la suite de l'exercice.

5- La tension délivrée par le générateur est de la forme $e(t) = at + \beta$. On donne $i_{Lp} = at + k$: la solution particulière où a et k sont des constantes. Exprimer a et k en fonction de α , β , R et ω_0 . En déduire la solution générale. Etablir la relation entre α , β , L , R et C pour que l'intensité puisse s'écrire sous la forme $i_L = Dt (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Tracer la courbe représentative de $i_L(t)$.

6- On donne $L = 45 \text{ mH}$, $r = 25 \Omega$. On admet que $e^{-\frac{t}{\tau}} \ll 1$ dès que $t > 5\tau$. L'émission de l'onde radar et le départ du spot sont simultanés. Le spot se déplace de O en P proportionnellement à i_L (Figure2). L'onde radar se déplace à la vitesse de la lumière dans le vide $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$. L'écho E apparaît comme un point brillant sur le rayon OP . Montrer que la mesure de OP n'est proportionnelle à la distance de l'objectif qu'à partir d'une certaine distance d_0 . Calculer la valeur de la capacité C pour avoir $d_0 = 2250 \text{ m}$. En déduire R . Vérifier que les approximations faites à la question (3) sont justifiées.

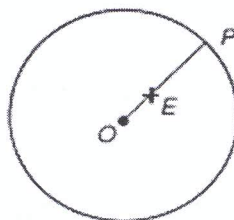


Figure 2

II- On considère le même circuit (Figure1) et les mêmes conditions de la question 3. On remplace le générateur $e(t)$ par un générateur sinusoïdal de la forme $e = E \cos(\omega t)$.

1-Montrer que l'équation peut s'écrire sous la forme : $\frac{d^2 i_L}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{di_L}{dt} + \omega_0^2 i_L = \frac{\omega_0^2}{R} E \cos(\omega t)$.

2-Donner la solution de l'équation différentielle.

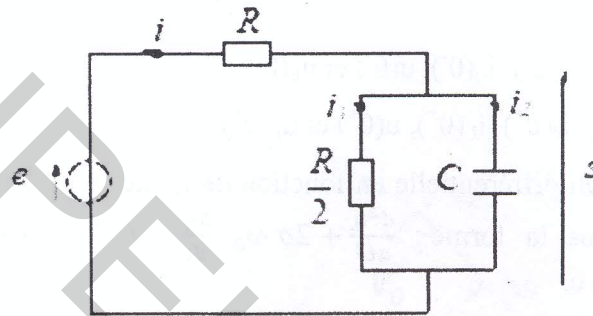
2- Déterminer l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I}_L$ de l'intensité i_L . En déduire l'expression de I_L . Quelle est l'amplitude maximale de I_L à la résonance.

3- Déterminer le déphasage φ entre i_L et $e(t)$.

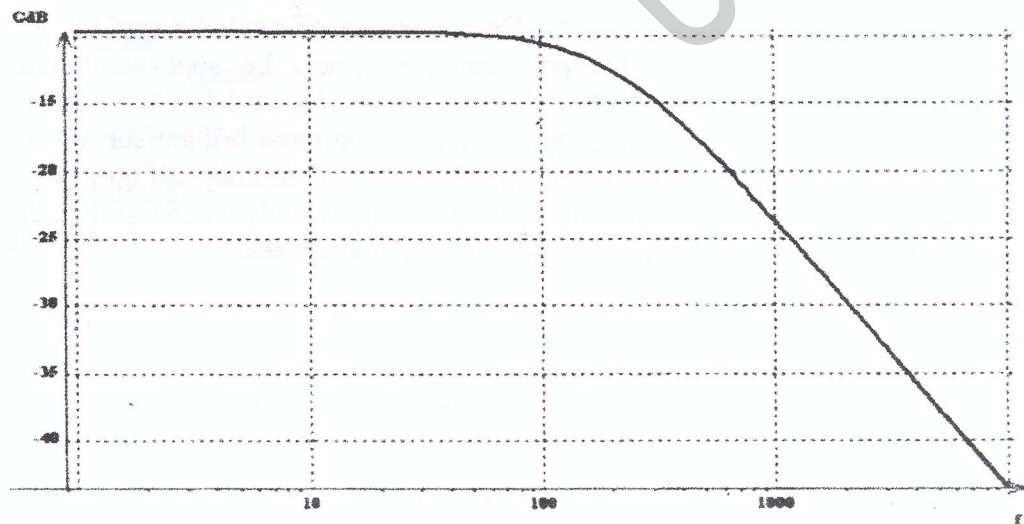
4-Tracer les courbes i_L et φ en fonction de ω .

5- Déterminer la puissance reçue par la bobine. En déduire la puissance moyenne. Conclure.

III- Soit le circuit suivant alimenté par une source idéale de tension $e(t) = E \sqrt{2} \cos(\omega t)$ où E est la tension efficace.



1. Préciser sans calcul la nature du filtre.
2. Déterminer la fonction de transfert H et l'écrire sous la forme $H = \frac{H_0}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$
3. Dans quel domaine de fréquence, ce filtre est-il intégrateur.
4. Préciser le gain G et le déphasage ϕ introduit par ce filtre.
5. Etablir l'expression littérale de la fréquence de coupure f_c en fonction de R et C .
6. Le diagramme de Bode en gain a été tracé en échelle semi-log.



Déterminer la valeur de fréquence de coupure f_c en détaillant la réponse. En déduire la valeur de la capacité C sachant que $R = 1k\Omega$.