

Devoir de Contrôle de Physique du deuxième Semestre

(Durée : 1H30mn)

Données :

$$\overrightarrow{\text{grad}f} = \frac{\partial f(r,\theta,\varphi)}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f(r,\theta,\varphi)}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f(r,\theta,\varphi)}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi.$$

$$\overrightarrow{\text{rot}(B(M))} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial(B_\theta)}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r B_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

Exercice1 : Potentiel de Yukawa de l'atome d'hydrogène (10 pts)

Une modélisation parfois utilisée du potentiel rayonné par un atome d'hydrogène est le potentiel de Yukawa. En coordonnées sphériques, il s'exprime par :

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(\frac{-r}{a_0}\right).$$

Où a_0 est une constante positive caractéristique de l'hydrogène. Nous voulons déterminer la distribution de charge qui rayonne un tel potentiel. L'atome est donc supposé à symétrie sphérique et centré sur un point O.

Le potentiel de Yukawa a aussi joué un rôle historiquement plus proche, dans l'étude des forces qui s'exercent à l'intérieur du noyau des atomes.

1-Déterminer la direction et les variables d'espace dont dépend le champ électrostatique $\overrightarrow{E(M)}$ en tout point M de l'espace. Calculer le champ électrique en tout point M de l'espace.

2- Calculer, par le théorème de Gauss, la charge $q(r)$ contenue dans une sphère de centre O et de rayon r.

3- Dédurre les expressions de $q(r \rightarrow +\infty)$ et $q(r \rightarrow 0)$. Interpréter.

4- En utilisant le théorème de Gauss, sur une sphère de rayon r puis une sphère de $r + dr$, montrer que la charge électrique $dq(r)$ contenue dans une coquille sphérique de rayon r et d'épaisseur dr peut s'écrire sous la forme : $dq(r) = \epsilon_0 \frac{d(E S)}{dr} dr$.

S est la surface d'une sphère de rayon r .

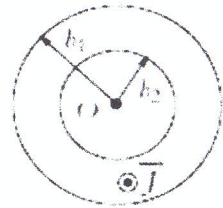
5-Déduire qu'il existe, en plus de la charge concentrée en O, une distribution volumique $\rho(r)$ non uniforme données par :

$$\rho(r) = \frac{\epsilon_0}{r^2} \frac{d(r^2 E)}{dr}$$

6- Montrer qu'il existe une coquille sphérique de rayon $r = r_0$ contenant le maximum de charge électrique. Interpréter.

Exercice2 : (10 pts)

I-Un cylindre « de longueur infinie » et de révolution autour de l'axe Oz , est creux ; la partie pleine est comprise entre les rayons b_1 et b_2 ($b_1 > b_2$). Elle est parcourue dans la direction et dans le sens de Oz par un courant continu de densité volumique uniforme de courant $\vec{j}$



1- Par analyse des invariances et des symétries de la distribution de courant, déterminer la dépendance et la direction du champ $\vec{B}$.

2- Montrer qu'on aurait pu déterminer la valeur du champ sur l'axe directement sans aucun calcul.

3- Déterminer le vecteur champ $\vec{B}(\vec{M})$, en un tout point M de l'espace en utilisant la forme locale du théorème d'Ampère (Maxwell-Ampère). Représenter l'allure de $B(r)$

II-On fait tendre $b_2 \rightarrow b_1$, le courant dans le cylindre devient surfacique de densité uniforme $\vec{j}_S$ (Dans la direction et dans le sens de Oz). L'intensité dI du courant à travers la surface élémentaire dS devient l'intensité dI à travers la courbe élémentaire dC .

1- Exprimer $\vec{j}_S$ en fonction de $\vec{j}$

2- Utiliser les résultats des parties précédentes pour trouver l'expression du vecteur champ $\vec{B}(\vec{M})$, créé par la distribution surfacique, en tout point M de l'espace.

3- Retrouver ces résultats en utilisant la forme locale du théorème d'Ampère (Maxwell-Ampère).