

Devoir de synthèse de Physique du Premier Semestre

(Durée: 3h)

N.B: Il sera tenu compte de la présentation des copies.

Exercice 1: (7 points)

On considère le circuit ci-dessous (Figure 1):

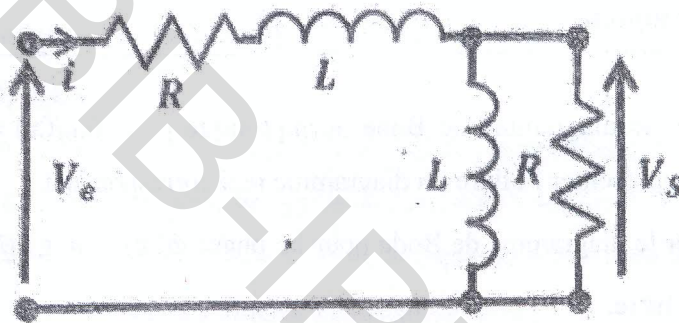


Figure-1

Où $V_e(t) = V_e \cos(\omega t)$ est la tension d'entrée du circuit.

- 1- Sans faire du calcul déterminer qualitativement la nature du filtre.
- 2- Montrer que la fonction de transfert s'écrit sous la forme :

$$\underline{H}(jx) = \frac{jx}{1 - x^2 + j3x}$$

On pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ où ω_0 est une constante à déterminer en fonction de R et L.

- 3- Ecrire la fonction de transfert sous la forme :

$$\underline{H}(jx) = \frac{jx}{\left(1 + j\frac{x}{x_1}\right)\left(1 + j\frac{x}{x_2}\right)}$$

Montrer que $x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

- 4- Sachant que $\underline{H}(jx)$ peut se mettre sous la forme suivante : $\underline{H}(jx) = \underline{H}_1(jx) \cdot \underline{H}_2(jx)$ identifier $\underline{H}_1(jx)$ et $\underline{H}_2(jx)$ puis donner la nature de chacun des filtres correspondants.

5- Déterminer le gain en décibels de ce filtre et l'écrire sous la forme:

$$G_{dB}(x) = G_1(x) + G_2(x)$$

6- Donner les expressions du gain en décibels pour $x \rightarrow 0$, $x_1 < x < x_2$ et $x \rightarrow +\infty$.

Rassembler ces résultats dans le tableau ci-dessous (Tableau à recopier) :

Valeur de x	$x \rightarrow 0$	$x_1 < x < x_2$	$x \rightarrow +\infty$
$G_1(x)$			
$G_2(x)$			
$G_{dB}(x)$			
Nature de l'asymptote			

7- Tracer le diagramme de Bode asymptotique pour $G_{dB}(x) = f(\log(x))$ de ce filtre puis représenter l'allure du diagramme réel correspondant.

8- Tracer le diagramme de Bode pour la phase $\varphi(x) = \arg(\underline{H}(jx)) = \varphi_1(x) + \varphi_2(x)$ de ce filtre.

Exercice 2:(5 points)

Le référentiel $\mathcal{R}$, considéré comme galiléen, est rapporté au repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. Un mobile P, de masse m , considéré comme ponctuel, est lâché avec une vitesse initiale v_0 d'une hauteur z_0 . Il est astreint à glisser sans frottement sur une hélice d'équations:

$$\begin{cases} x = R \cos\theta \\ y = R \sin\theta \\ z = h\theta \end{cases}$$

où R et h sont respectivement le rayon et le pas apparent de l'hélice.

La position du point matériel P est repérée grâce à l'angle θ défini dans le plan (Oxy) par $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OH})$, où H est la projection orthogonale de P dans le plan (Oxy) (Figure 2).

On note $\vec{g} = -g \vec{e}_z$ l'accélération de la pesanteur.

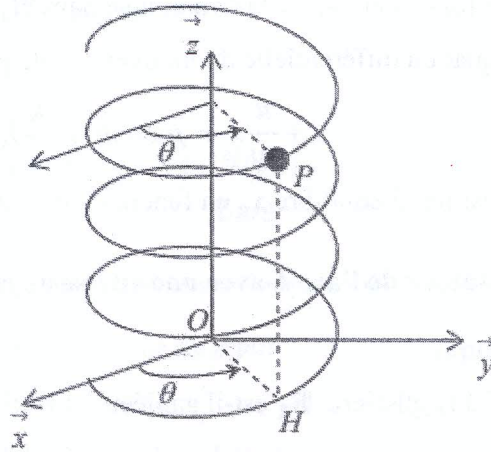


Figure-2

- 1- Exprimer dans le référentiel $\mathcal{R}$ la vitesse $\vec{v}_P$ du point matériel P dans la base cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. Calculer le vecteur unitaire $\vec{T}$ tangent à la trajectoire.
- 2- Exprimer dans le référentiel $\mathcal{R}$ l'accélération $\vec{a}_P$ du point matériel P.
- 3- Faire le bilan des forces extérieures appliquées au point matériel P.
- 4- Appliquer le principe fondamental de la dynamique au point matériel P. En déduire l'équation différentielle du mouvement en projetant le PFD sur le vecteur $\vec{T}$.
- 5- Déterminer la loi d'évolution $\theta(t)$ donnant l'angle θ en fonction du temps t , de v_0 et z_0 .
- 6- En déduire les composantes de la réaction $\vec{R}$ exercée par l'hélice sur le point matériel P.

Exercice 3: (8 points)

Un système est constitué d'une glissière T soudée sur un bâti mobile autour d'un axe vertical Δ porté par (OZ). Sur la glissière, inclinée d'un angle θ fixe par rapport à la verticale, est posé un point matériel M de masse m qui peut glisser sans frottement sur T. Ce point matériel M est accroché à un ressort à spires non jointives, de raideur k et de longueur à vide l_0 dont l'autre extrémité est fixée au bâti au point O selon la figure 3.

Soit $\mathcal{R}_0(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ le référentiel fixe et $\mathcal{R}_1(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ le référentiel lié à la glissière.

Tous les résultats doivent être exprimés dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

A- Le système est immobile

A l'instant initial, le mobile M est écarté de sa position d'équilibre et lâché sans vitesse initiale.

- 1- Exprimer les forces qui s'exercent sur le point matériel dans $\mathcal{R}_1$.
- 2- Écrire la relation fondamentale de la dynamique dans $\mathcal{R}_1$.
- 3- Montrer que l'équation différentielle du mouvement du point M est donné par :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = g \cos\theta + \frac{k}{m}l_0$$

- 4- Déterminer la position d'équilibre x_e en fonction de m , g , l_0 , k et θ .

B- La glissière tourne autour de l'axe Δ avec une vitesse angulaire uniforme $\vec{\omega} = \omega \vec{K}$

I- Étude dynamique

- 5- Le référentiel lié à la glissière $\mathcal{R}_1$ est-il galiléen ? Justifier votre réponse.
- 6- Exprimer les forces qui s'exercent sur le point matériel dans $\mathcal{R}_1$.
- 7- Écrire la relation fondamentale de la dynamique dans $\mathcal{R}_1$. En déduire l'équation différentielle du mouvement du point matériel M.
- 8- Donner la solution de l'équation différentielle dans le cas où $k > m\omega^2 \sin^2\theta$.

II- Étude énergétique

- 9- Calculer le travail élémentaire de chacune des forces qui s'exercent sur le point matériel M dans $\mathcal{R}_1$.
- 10- En déduire dans $\mathcal{R}_1$ l'énergie potentielle totale $E_p(x)$. On prend $E_p(0) = 0$.
- 11- Déterminer l'énergie mécanique E_m du système. Retrouver l'équation différentielle du mouvement du point matériel M.

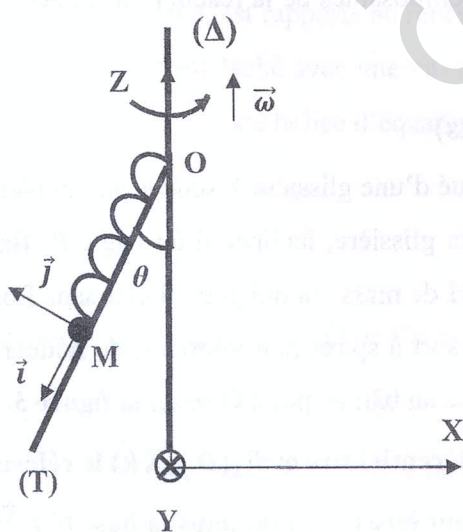


Figure-3