

XL

Exercice 1 :

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cylindriques sont, à chaque instant:

$$r(t) = a_0 t, \theta(t) = \omega t \text{ et } z(t) = b t$$

avec a_0 et b sont deux constantes positives.

On désigne par $R(Oxyz)$ le repère fixe de vecteurs de base cartésienne $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$R'(Ox'y'z')$ est le repère mobile associé à la base cylindrique $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$, qui tourne autour de l'axe Oz (confondu avec l'axe Oz') avec une vitesse angulaire constante $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$. On rappelle que l'angle polaire $\theta(t) = (\widehat{Ox, Ox'})$.

On exprimera tous les résultats dans la base cylindrique.

- 1) a/ Exprimer le vecteur position $\vec{OM}$
b/ Déterminer les vecteurs vitesse et accélération du point M dans le repère absolu R .
c/ Quelle est la nature du mouvement de M dans le repère fixe R .
- 2) a/ Déterminer par rapport à R , le vecteur unitaire tangent $\vec{T}$ du repère de Serré-Frenet.
b/ Déterminer l'accélération tangentielle $\vec{a}_T$.
c/ Déterminer l'accélération normale $\vec{a}_N$.
e/ En déduire le rayon de courbure ρ de la trajectoire.
- 3) a / Déterminer le vecteur vitesse relative $\vec{v}_r$ de M par rapport à R' .
b/ Déterminer le vecteur vitesse d'entraînement $\vec{v}_e$.
c/ En déduire la vitesse absolue $\vec{v}_a$ de M .
- 4) Déterminer les expressions des vecteurs :
a/ accélération relative $\vec{a}_r$.
b/ accélération d'entraînement $\vec{a}_e$.
c/ accélération de Coriolis $\vec{a}_c$.
d/ Déduire le vecteur accélération absolue $\vec{a}_a$.

Exercice 2 :

A l'instant $t = 0$, un parachutiste M de poids $m\vec{g}$ se trouve à l'origine O d'un référentiel $R(Oxyz)$ d'axe descendant $\overrightarrow{Oz}$ et amorce une descente avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$. On suppose que la résistance de l'air exerce sur le parachute une force de frottements visqueux $\vec{F} = -h\vec{v}$ (h est un réel positif).

Déterminer :

1. L'équation différentielle du mouvement en fonction de la vitesse $v(t)$.
2. La vitesse instantanée $v(t)$ du parachutiste et montrer qu'elle tend vers une limite v_L que l'on déterminera.
3. La distance parcourue $z(t)$ à un instant quelconque $t > 0$.

Remarque : Rappelons que $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln(ax+b) + \text{constante}$.