

INSTITUT PREPARATOIRE AUX ETUDES DES INGENIEURS DE SFAX

EXAMEN DE PHYSIQUE

PT 1

Mardi 5 janvier 2016 de 8h30 à 11h00

Barème indicatif :	Exercice 1 (8pts)	Exercice 2 (4pts)	Exercice 3 (8pts)
--------------------	-------------------	-------------------	-------------------

EXERCICE 1 : Moteur peu performant.

Données numériques : $V_B = 10^{-3} \text{ m}^3$, $V_A = \frac{V_B}{3}$, $T_0 = 300 \text{ K}$, $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $m = 10 \text{ kg}$,

$\Sigma = 10^{-2} \text{ m}^2$. $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$. La constante des gaz parfaits est : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

On imagine un cylindre (*Voir figure 1*) aux parois diathermanes (perméables à la chaleur), fermé par un piston. Le piston, de masse négligeable, peut glisser sans frottement entre 2 cales A et B, sa section est Σ . Dans l'état initial, le piston est en A, le cylindre renferme un volume V_A d'air supposé *gaz parfait*, de coefficient $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$, à la température de l'extérieur : T_0 , pression P_0 , (gaz dans l'état 0 : P_0, V_A, T_0).

* On place une masse m sur le piston et on chauffe très doucement le gaz par un moyen approprié, non représenté sur le schéma, jusqu'à ce que le piston décolle juste de la cale A (gaz dans l'état 1 : P_1, V_A, T_1).

** Puis, on maintient le chauffage jusqu'à ce que le piston arrive juste en B (gaz dans l'état 2 : P_2, V_B, T_2), le chauffage est alors arrêté.

*** On enlève m et on laisse refroidir l'ensemble jusqu'à ce que le piston décolle juste de B (gaz dans l'état 3 : P_3, V_B, T_3).

**** On laisse toujours refroidir jusqu'à la température T_0 , alors, le piston revient en A (gaz dans l'état 0), le cycle est terminé.

1-Justifier que le cycle est constitué de deux isochores et de deux isobares.

2-a- Montrer que : $P_1 = P_0 + \frac{mg}{\Sigma}$.

b-Déterminer pour chaque état i la température T_i , le volume V_i et la pression P_i . $i = 0, 1, 2, 3$.

3- Recopier et compléter le tableau suivant (indiquer toutes les étapes de calcul):

Transformation	0 → 1	1 → 2	2 → 3	3 → 0
Travail W (J)				
Chaleur Q (J)				

4-a- Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron (P,V) d'un cycle.

b- Retrouver alors le travail W_{cycle} échangé pendant un cycle.

5- Calculer la variation d'entropie $\Delta S_{3 \rightarrow 0}$ et l'entropie échangée $S_{3 \rightarrow 0}^{\text{éch}}$. Cette transformation est-elle réversible ? Si non, quelle est la cause d'irréversibilité ?

6- Déterminer le rendement de ce « moteur » puis le comparer au rendement d'un moteur fonctionnant selon un cycle de Carnot entre les températures T_0 et T_2

7- Le moteur effectue 500 cycles par minute. Calculer sa puissance.

EXERCICE 2 : Tige en rotation.

Un point matériel M de masse m peut coulisser sans frottement sur une tige T , d'extrémité O , contenue dans le plan (Oxy) et tournant autour de l'axe vertical (Oz) à la vitesse angulaire constante ω par rapport à un référentiel R (Oxyz) supposé galiléen. De plus, le point M est attaché à l'extrémité d'un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k , enfilé sur la tige, dont l'autre extrémité est fixée en O . La position du point M est repérée par son abscisse $X(t)$ mesurée sur la tige par rapport au point O (Voir figure 2)

Le mouvement est étudié dans le référentiel R' (O X'Y'Z') lié à la tige.

1-Déterminer les expressions vectorielles des forces d'inertie dans le repère R' .

2- Montrer que l'énergie potentielle totale E_p du point M est donnée par :

$$E_p = \frac{1}{2} k (X - l_0)^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 X^2 + \text{cte}$$

3- Déterminer la position d'équilibre de M et discuter sa stabilité selon les valeurs de ω .

4-a- Représenter l'allure de E_p en fonction de X dans le cas du mouvement oscillatoire du point M autour de sa position d'équilibre. On prendra $\text{cte} = 0$.

b- Donner la pulsation Ω des oscillations dans R' .

EXERCICE 3 : Expérience de Rutherford.

Une particule α , point matériel A de masse m_α et de charge $q_\alpha = 2e$, venant de l'infini avec la vitesse $\vec{v}_0 = -v_0 \vec{e}_x$, s'approche avec le paramètre d'impact b d'un noyau cible, point B de charge q_B et de masse $m_n \gg m_\alpha$ supposé fixe dans notre référentiel d'étude R supposé galiléen (voir figure 3). On néglige toute interaction gravitationnelle. L'énergie potentielle d'interaction entre la particule α et le noyau cible, distants de r , est électrostatique. On la note $U(r)$ et elle est prise nulle à l'infini.

L'étude du mouvement d'un tel système, formé de deux particules isolées, s'effectue dans le référentiel barycentrique R_B de centre C.

On définit la particule fictive M de masse $\mu = \frac{m_\alpha m_n}{m_n + m_\alpha}$, de vecteur de position

$\vec{r} = \vec{BA} = \vec{CM}$ et soumise à la force $\vec{F}_{B/A}$ de norme $||\vec{F}_{B/A}|| = \frac{q_\alpha q_B}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

1-a) Rappeler la définition de ce référentiel.

b) Est-il galiléen ? Justifier.

c) Quel est l'intérêt de R_B ?

d) Justifier que la particule fictive coïncide avec A.

2-a- Justifier la conservation du moment cinétique $\vec{l}$. Donner son expression.

b- Justifier que E_m est une constante de mouvement. Donner son expression.

3-a- Montrer que l'énergie potentielle d'interaction $U(r)$ est de la forme $U(r) = K/r$. On précisera l'expression de K.

b- Montrer qu'on peut écrire l'énergie mécanique E_m , en coordonnées polaires (r, θ) , du mobile fictif M sous la forme : $E_m = \frac{1}{2} m_\alpha \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + E_{p,eff}(r)$ où $E_{p,eff}$ est l'énergie potentielle effective que l'on exprimera en fonction de r, l, m_α et U .

c- Dédurre à partir de l'allure de l'énergie potentielle effective la nature de la trajectoire suivie par la particule. La représenter.

4- Déterminer la distance minimale d'approche r_{min} .

5- On se propose de calculer l'angle de déviation φ subit par la particule à cause de la répulsion (Voir figure 4). On introduit le vecteur $\vec{L} = \vec{p} \wedge \vec{l} + m_\alpha K \vec{e}_r$ où $\vec{p} = m_\alpha \vec{v}$.

a- Montrer que $\vec{L}$ est constant dans le temps.

b- Sachant que la vitesse finale $\vec{v}_\infty$ est de la forme $\vec{v}_\infty = v_0(-\cos \varphi \vec{e}_x + \sin \varphi \vec{e}_y)$.

Donner les expressions initiale et finale du vecteur $\vec{L}$.

6-a- Démontrer alors la relation : $b = \frac{K}{m_\alpha v_0^2} \frac{1}{\tan(\frac{\varphi}{2})}$.

b- En déduire que plus la déviation φ est grande, plus la distance d'approche r_{min} est petite.

c- Quel est l'intérêt de cette expérience.

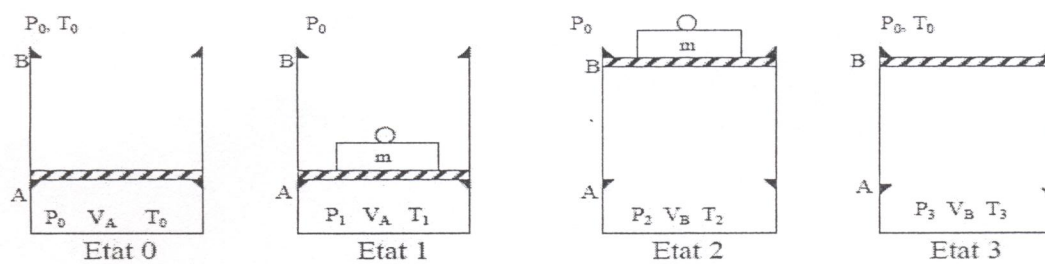


Figure 1

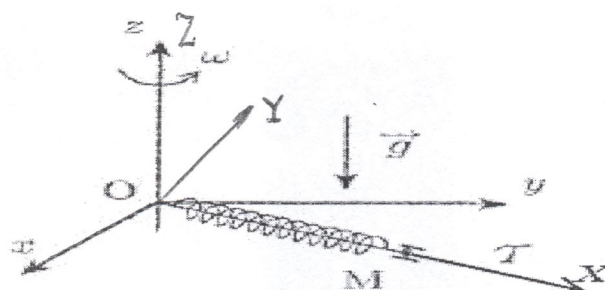


Figure 2

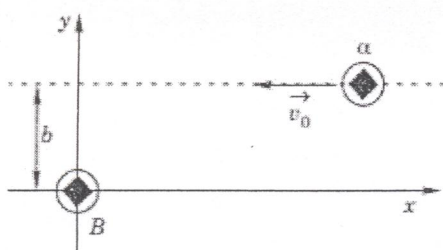


Figure 3

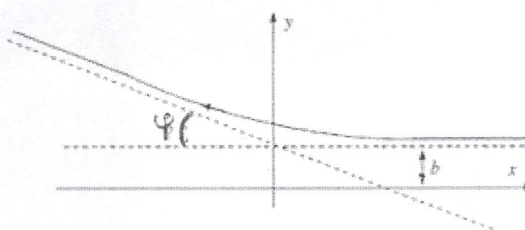


Figure 4

FIN DE L'EPREUVE