

Devoir de Synthèse du 1^{er} Semestre

PHYSIQUE

Problème 1 :

Partie A :

Un point matériel M de masse m part du point A , sans vitesse initiale et se déplace sur une piste formée de trois parties AB , BC et CD définies par :

AB est une partie rectiligne inclinée tel que $OA = OB = R = 1\text{ m}$, BC est une partie rectiligne horizontale de longueur R et CD est un demi cercle de rayon R et de centre I (figure 1).

1) En supposant que le mouvement sur la portion AB se déroule en l'absence de frottements, calculer :

- la vitesse v_B du mobile au point B .
- l'accélération a du mobile.
- le temps mis par le mobile pour parcourir la distance AB .

2) En réalité, le mobile est soumis à des frottements de glissement sur les deux parties AB et BC . Soit μ le coefficient de frottement. La vitesse au point B est alors $v'_B = 4\text{ m/s}$.

- Déterminer le travail de la force de frottement sur la portion AB .
- Déterminer l'accélération du mobile sur la portion AB .

3) a) Trouver l'énergie cinétique du point matériel M pour une position quelconque M_1 sur la partie horizontale BC .

b) Déterminer la distance parcourue par le mobile avant de s'arrêter.

4) Quel est le travail effectué par la force de frottement entre les points A et C ? En supposant que le trajet inverse puisse s'effectuer avec la même force de frottement, trouver le travail de cette force sur le contour fermé ACA ; conclure.

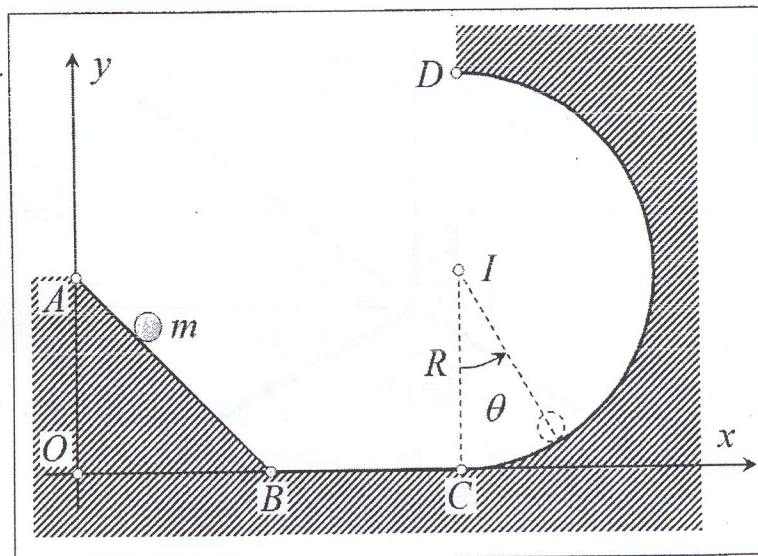


Figure 1

Partie B :

On remet le point matériel M au point A et on le lance avec la vitesse initiale $\overline{v}_0$ tangente au parcours AB . Le mobile est soumis à des frottements de glissement sur les deux parties AB et BC seulement. Soit μ le coefficient de frottement. Il n'y a pas de frottement sur le demi-cercle CD .

1) Montrer que le point matériel M atteindra le point C si $v_0 \geq v_1$ où v_1 est une vitesse limite à déterminer en fonction de μ , R et g .

2) Montrer que le point matériel M atteindra le point D si $v_0 \geq v_2$ où v_2 est une vitesse limite à déterminer en fonction de v_1 , R et g .

3) Sur le parcours circulaire CD , déterminer les positions d'équilibre du mobile M et discuter leur stabilité.

3) Si $v_0 = v_2$, le point matériel arrive en D et poursuit sa chute libre.

a) En quel point le point matériel rencontre-t-il le parcours horizontal BC et avec quelle vitesse.

b) Déterminer la durée de sa chute libre ?

Problème 2 :

On considère une tige OA de masse négligeable et un anneau assimilable à un point matériel M de masse m qui peut glisser sans frottement sur la tige. Soient $\mathcal{R}_0(Ox_0y_0z_0)$ le référentiel galiléen lié à la Terre et $\mathcal{R}(Oxyz)$ le référentiel non galiléen lié à la tige.

1) La tige est d'abord située dans le plan horizontal x_0Oy_0 et tourne avec une vitesse angulaire ω constante autour de l'axe $\overline{Oz_0}$ (figure 2).

a) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique du point M dans le référentiel $\mathcal{R}$ et en déduire l'équation du mouvement de M sur la tige.

b) Déterminer l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de M en supposant qu'à l'instant $t = 0$, M est en x_i avec une vitesse nulle.

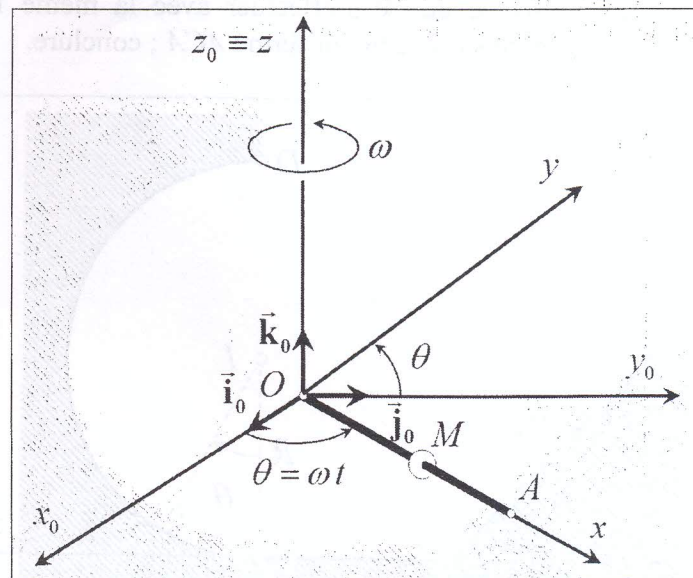


Figure 2

2) La tige est maintenant inclinée d'un angle α par rapport à la verticale Oz_0 ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) et tourne avec la même vitesse angulaire constante autour de l'axe $\overline{Oz_0}$ (figure 3). Les axes Ox , Oy et Oz_0 sont coplanaires.

On abandonne l'anneau sans vitesse initiale sur la tige au point M_i tel que $OM_i = x_i$.

a) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique de l'anneau dans le référentiel tournant $\mathcal{R}(Oxyz)$. En déduire l'équation du mouvement de l'anneau sur la tige.

b) A quelle distance x_e de O l'anneau sera-t-il en équilibre relatif sur la tige ?

c) Déterminer l'équation horaire $x(t)$ du mouvement de l'anneau.

d) Déterminer la réaction $\bar{R}$ de la tige sur l'anneau.

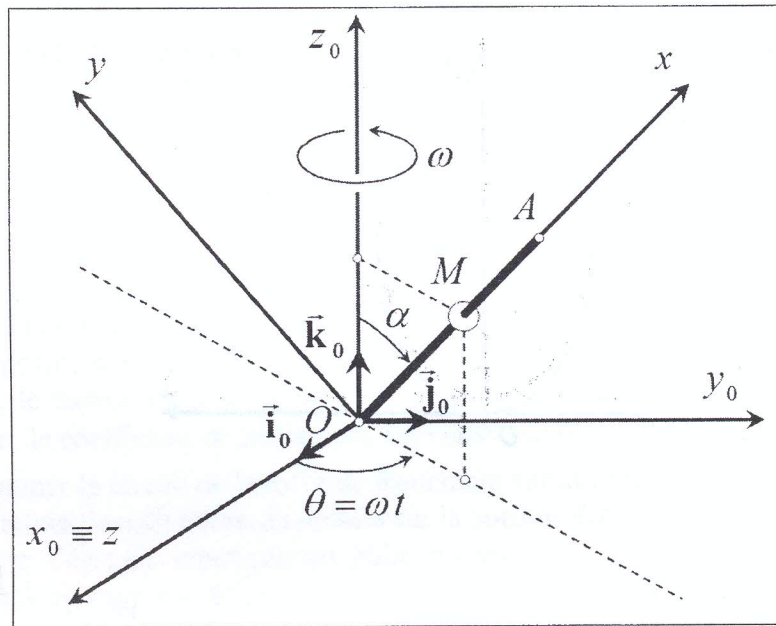


Figure 3

Remarques :

1) L'équation $\frac{d^2x}{dt^2} - \omega^2 x = 0$ admet pour solution $x(t) = A \exp(\omega t) + B \exp(-\omega t)$ où A et B sont des constantes.

2) L'équation $\frac{d^2x}{dt^2} - \omega^2 x = C$ d'où C est une constante admet pour solution particulière

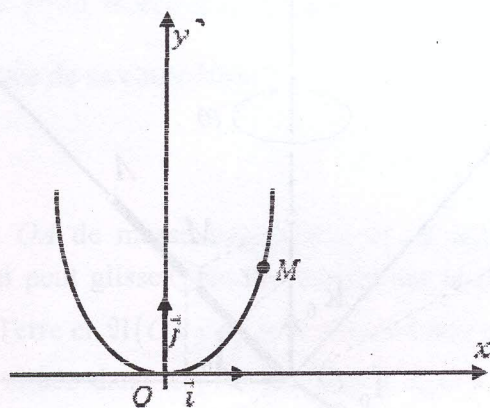
$$x_p = -\frac{C}{\omega^2} \text{ et pour solution générale } x(t) = A \exp(\omega t) + B \exp(-\omega t) + x_p.$$

Problème 3 :

On considère une tige de forme parabolique d'équation $y = \frac{1}{2}ax^2$, a est une constante strictement positive. La tige est située dans le plan (Oxy) d'un référentiel $\mathcal{R}(Oxyz)$ de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Elle est animée d'un mouvement de rotation uniforme avec une vitesse angulaire constante et positive ω autour de l'axe (Oy) par rapport à un référentiel galiléen $\mathcal{R}_0(Ox_0y_0z_0)$. Voir figure ci-dessous.

Un anneau M , assimilé à un point matériel de mass m , peut glisser sans frottement sur cette tige. Tous les vecteurs seront exprimés dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1. Exprimer la vitesse relative $\vec{V}_r$ de l'anneau M .
2. Exprimer les accélérations relative $\vec{a}_r$, d'entraînement $\vec{a}_e$ et de Coriolis $\vec{a}_c$ en fonction de x et de ses dérivées.
3. Définir toutes les forces qui agissent sur M . Exprimer ces forces dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
4. Etablir les expressions de l'énergie potentielle E_p et de l'énergie cinétique E_c . Déduire l'expression de l'énergie totale E . On prendra $E_p(0) = 0$.
5. Etablir l'équation différentielle qui caractérise le mouvement.
6. Trouver la position d'équilibre de l'anneau. Discuter la stabilité de l'équilibre en fonction des valeurs de ω .



Bonne chance