

Sciences et Techniques Automatisées (STA)

Mécanique des Solides Indéformables PT1

Examen de fin du 1^{ère} semestre Date: 14 Décembre 2018 Durée: 1h30 min

Prs : M.Maatar et C.Karra

Le système mécanique étudié dans ce sujet est une pompe à débit variable (dessin d'ensemble figure 1-a). Son schéma cinématique minimal est représenté dans la figure 1-b. Le mouvement d'entrée est une rotation continue de la manivelle (1) imposée par un moteur électrique. La bielle (2) est en liaison pivot en A avec la manivelle (1) et en liaison pivot en B avec la pièce (3). Cette dernière (3) est en liaison pivot en C avec le bâti (0) et en liaison ponctuelle en D avec le piston (4). Ce dernier (4) est contraint de se déplacer verticalement par une liaison glissière avec le bâti (0).

Repères et paramétrages :

Les repères et les paramètres adoptés sont définis comme suit :

- $R_0(O, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ est un repère lié au bâti (0),
- $R_1(O, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_0)$ est un repère lié à (1) tel que : $\alpha = (\bar{x}_0, \bar{x}_1) = (\bar{y}_0, \bar{y}_1)$,
- $R_2(A, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_0)$ est un repère lié à (2) tel que : $\beta = (\bar{x}_0, \bar{x}_2) = (\bar{y}_0, \bar{y}_2)$,
- $R_3(B, \bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_0)$ est un repère lié à (3) tel que : $\theta = (\bar{x}_0, \bar{x}_3) = (\bar{y}_0, \bar{y}_3)$,
- $R_4(D, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ est un repère lié à (4) tel que : $\overline{ED} = -\lambda(t) \bar{y}_0$,

Les positions des différents centres de liaisons sont décrites par les relations vectorielles : $\overline{OA} = R \bar{x}_1$, $\overline{AB} = L \bar{x}_2$, $\overline{BC} = h \bar{x}_3$, $\overline{OC} = a \bar{x}_0 + b \bar{y}_0$, $\overline{CE} = -a \bar{x}_0 + c \bar{y}_0$ et $\overline{DC} = \delta(t) \bar{x}_3$ où R, L, h, a, b et c sont des constantes géométriques.

Partie I : Etude géométrique

1°) a) Identifier les paramètres du système.

b) Préciser le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système.

2°) Réaliser le graphe de liaisons du système, en déduire la nature de la chaîne.

3°) a) Ecrire l'équation vectorielle qui traduit la fermeture géométrique de la chaîne

$$(0)-(1)-(2)-(3)-(0).$$

b) Projeter cette équation dans la base de R_0 et écrire les deux équations scalaires qui en découlent.

c) Trouver la relation directe entre α et θ .

d) Dériver, par rapport au temps, les deux équations scalaires obtenues en 3b).

4°) a) Ecrire l'équation vectorielle qui traduit la fermeture géométrique de la chaîne

$$(0)-(3)-(4)-(0).$$

- b) Projeter cette équation dans la base de R_0 et écrire les deux équations scalaires qui en découlent.
 - c) Trouver la relation directe entre λ et θ .
 - d) Dériver, par rapport au temps, la relation obtenue en 4c).
- 5°) Ecrire la loi d'entrée-sortie dans le cas particulier où l'angle θ est faible (c.a.d. $\text{tg}(\theta) \approx \sin(\theta) \approx \theta$ et $\cos(\theta) \approx 1$)

Partie II : Etude cinématique

- 1°) Déterminer les vecteurs rotations: $\vec{\Omega}_{1/0}, \vec{\Omega}_{2/0}, \vec{\Omega}_{3/0}, \vec{\Omega}_{4/0}$ et $\vec{\Omega}_{2/1}$.
- 2°) a) Calculer, par cinématique des solides, la vitesse $\vec{V}(A)_{1/R_0}$.
- b) Calculer, par cinématique des solides, la vitesse $\vec{V}(B)_{2/R_0}$.
- c) Calculer, par composition du mouvement, $\vec{V}(B)_{2/R_0}$, utilisez le repère R_1 comme repère relatif, comparer le résultat obtenu avec celui de la question précédente 2b).
- d) Calculer, par cinématique des solides, la vitesse $\vec{V}(B)_{3/R_0}$.
- e) Sachant que $\vec{V}(B)_{2/R_0} = \vec{V}(B)_{3/R_0}$, écrire l'équation vectorielle qui traduit cette égalité, puis la projeter dans R_0 et déduire les deux équations scalaires qui en découlent. Comparer ces deux équations avec les équations obtenues en **Partie I 3 d°**.
- 3°) a) Calculer, par cinématique des solides (utiliser le point C), la vitesse $\vec{V}(D)_{3/R_0}$.
- b) Calculer, par dérivation (utiliser $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{ED}$), la vitesse $\vec{V}(D)_{4/R_0}$.
- c) Déduire la vitesse $\vec{V}(D)_{4/R_0}$, exprimer cette vitesse dans le repère $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$.
- d) Montrer que $\delta = a / \cos(\theta)$ puis donner la relation directe entre $\dot{\lambda}$, θ et $\dot{\theta}$ sachant que $\vec{V}(D)_{4/3} \cdot \vec{y}_3 = 0$.
- e) Comparer cette relation avec celle trouvée en **Partie I 4 d°**.
- 4°) a) Calculer, par dérivation, l'accélération $\vec{\gamma}(A)_{1/R_0}$.
- b) Calculer, par cinématique des solides, l'accélération $\vec{\gamma}(B)_{2/R_0}$.

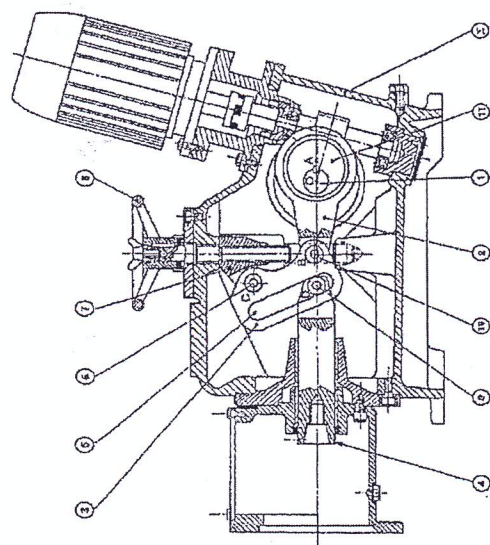


figure1-a

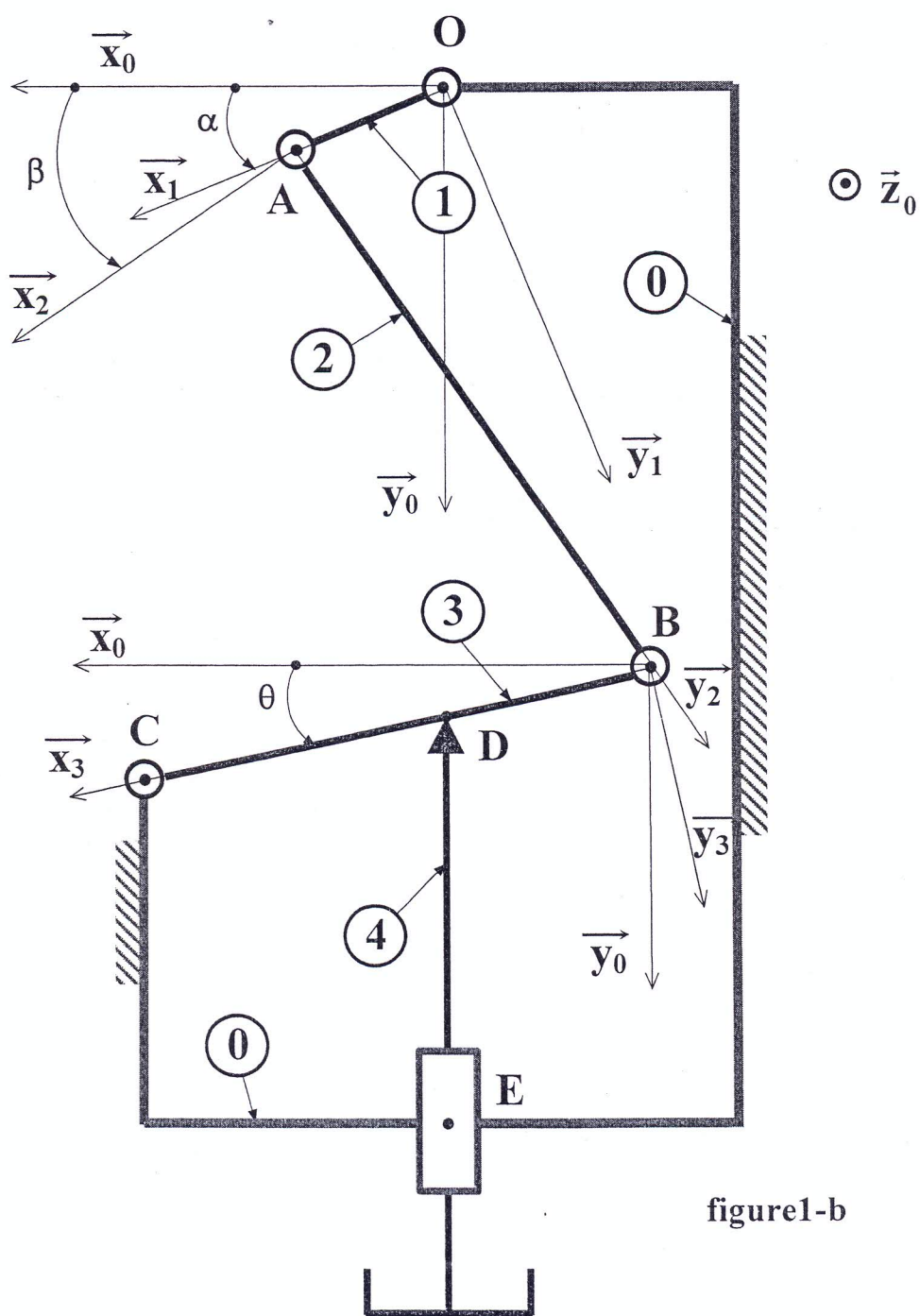


figure1-b