

Devoir de Physique

Les trois parties sont indépendantes.

Exercice 1 (Electrostatique) :

On considère un cylindre infini (C_1) d'axe Oz , de rayon R_1 portant une charge uniformément répartie en volume, avec une densité de charge volumique ρ . Un point M est repéré dans l'espace par les coordonnées cylindriques (r, θ, z) .

- 1) Calculer la quantité de charge électrique Q_{1L} par unité de longueur, portée par ce cylindre.
- 2) Par une analyse de symétrie, déterminer la direction du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ ainsi que les variables dont il dépend réellement.
- 3) Déterminer l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace en appliquant le théorème de Gauss.
- 4) En déduire l'expression du potentiel électrostatique $V(M)$ en tout point M de l'espace.
- 5) Représenter l'allure des courbes du champ E et du potentiel V en fonction de r .
- 6) On entoure le cylindre (C_1) par un deuxième cylindre (C_2) infiniment long de rayon R_2 chargé en surface avec une densité uniforme σ . L'ensemble constitue un condensateur cylindrique d'armatures interne R_1 et externe R_2 portant respectivement des charges par unité de longueur Q_{1L} et Q_{2L} tel que :
 $Q_{1L} = -Q_{2L} = Q > 0$.

a) Donner l'expression du champ électrostatique créé entre les deux armatures $(R_1 \leq r \leq R_2)$, en fonction de Q et r .

b) Déterminer la différence de potentiel entre les deux armatures $U = V(R_2) - V(R_1)$, en fonction de Q , R_1 et R_2 .

c) Déterminer la capacité par unité de longueur C_L du condensateur cylindrique.

d) Déterminer la valeur de C_L en fonction de e et R_1 , si les deux armatures sont très proches $(R_2 = e + R_1, e \ll R_1)$. On donne : $(\ln(1+x) \approx x, \text{ si } x \ll 1)$.

Exercice 2 (Magnétostatique) :

On considère un circuit filiforme rectiligne (C_1) de longueur infinie, confondu avec l'axe d'axe (Oz) , et parcouru par un courant d'intensité constante I (figure 1). Un point M est repéré dans l'espace par les coordonnées cylindriques (r, θ, z) .

1) Par une analyse de symétrie, déterminer la direction du champ magnétique $\vec{B}(M)$ ainsi que les variables dont il dépend réellement..

2) En appliquant le théorème d'Ampère, déterminer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ créé par le fil en tout point M de l'espace.

3) Quelle est la forme des lignes de champ de $\vec{B}(M)$.

Maintenant, on place un second fil (C_2) parallèle à (C_1) de longueur ℓ parcouru par un courant constant I' (figure 2). La force élémentaire de Laplace en un point M , due à la présence du champ magnétique $\vec{B}$, s'écrit : $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$.

4) Calculer la force totale $\vec{F}$ exercée par le fil (C_1) sur le fil (C_2) . Que peut-on conclure ?

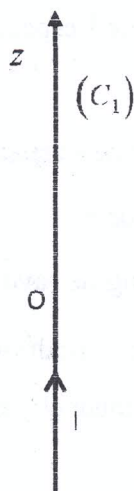


Figure 1

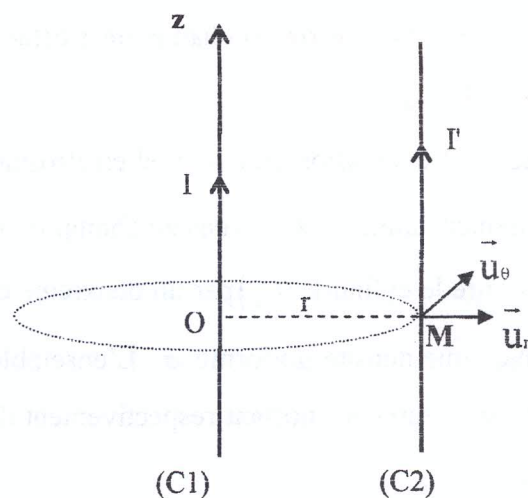
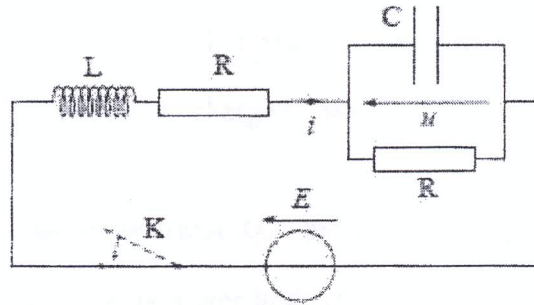


Figure 2

Exercice 3 (Electrocinétique) :

A- « Régime transitoire »

On considère un circuit électrique constitué par une bobine réelle (L, R) en série avec un condensateur réel (C, R) initialement déchargé. Un générateur de tension continue alimente le circuit avec une force électromotrice constante E . Soit $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur et $i(t)$ l'intensité de courant traversant la bobine. On ferme l'interrupteur K à la date $t=0$ sachant que $i(0^-) = 0$ et $u(0^-) = 0$. On impose la constante du temps suivante : $\tau = RC = \frac{L}{R}$.



- 1) Déterminer juste après la fermeture de l'interrupteur K , la condition initiale $\frac{du}{dt}(0^+)$.
- 2) Prévoir en régime permanent, les valeurs U de la tension aux bornes du condensateur, et I du courant dans la bobine.
- 3) Établir l'équation différentielle régissant la tension $u(t)$, sous la forme :
$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{du}{dt} + \frac{2}{\tau^2} u = \frac{E}{\tau^2}$$
- 4) Déterminer la tension $u(t)$ et décrire le régime transitoire observé.
- 5) Déduire le facteur de qualité Q de ce circuit.

B- « Résonance d'intensité »

On remplace maintenant le générateur continu par un générateur de tension sinusoïdale $e(t) = E \cos(\omega t)$, qui débite un courant $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$.

- 6) a) Déterminer l'impédance complexe $\underline{Z}(j\omega)$ du circuit en fonction de R, ω et τ .
b) Donner l'expression de son module $Z(\omega) = |\underline{Z}(j\omega)|$ et déduire sa valeur minimale Z_{min} .
- 7) a) Exprimer l'amplitude complexe du courant $i(t)$ en fonction de R, E, ω et τ .
b) Etudier et tracer la variation de l'amplitude du courant I_m en fonction de ω . Déduire sa valeur à la pulsation de résonance ω_r . Que peut-on conclure ?

Bonne chance