

Devoir Surveillé du 1^{er} Semestre

PHYSIQUE

N.B : Les documents ne sont pas autorisés. Il sera tenu compte de la présentation de la copie.

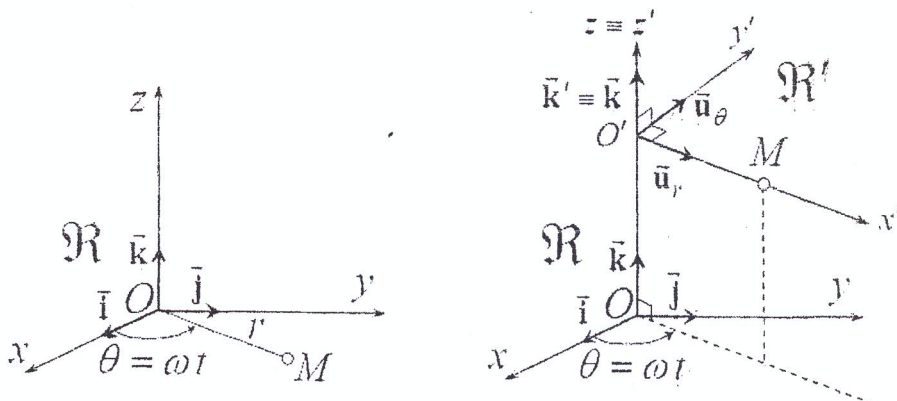
Exercice 1 : (Voir figure)

On considère un référentiel fixe $\mathcal{R}(O, x, y, z)$ attaché à la base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Dans le plan horizontal (Oxy) , un point M décrit une trajectoire curviligne d'équation donnée par les coordonnées polaires $(r, \theta) : \begin{cases} r = r_0 e^{\theta} \\ \theta = \omega t \end{cases}$

Où r_0 et ω sont des constantes positives.

On exprimera tous les résultats dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.

- 1) a) Exprimer le vecteur position $\vec{OM}$ en coordonnées polaires et cartésiennes.
b) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire et déduire sa nature.
- 2) Déterminer les composantes polaires du vecteur vitesse $\vec{v}(M)_{/R}$.
- 3) Déterminer les composantes polaires du vecteur accélération $\vec{a}(M)_{/R}$.
- 4) Déterminer les vecteurs unitaires $\vec{T}$ et $\vec{N}$ de la base de Frenet-Serret.
- 5) a) Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération.
b) En déduire le rayon de courbure de la trajectoire.



Maintenant, on attache la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{k})$ au référentiel relatif $R'(O'x'y'z')$ tournant autour de l'axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante ω (les axes (Oz) et $(O'z')$ sont confondus). L'origine O' est repérée par une abscisse : $OO' = z = \frac{1}{2}at^2$, où a est une constante positive.

- 6) a) Etablir l'expression de la vitesse relative $\vec{v}_r$ du point M par rapport au référentiel R' .
- b) Etablir l'expression de la vitesse d'entraînement $\vec{v}_e(M)$.
- c) Dédire l'expression de la vitesse absolue $\vec{v}_a(M)$.
- 7) a) Exprimer l'accélération relative $\vec{a}_r(M)$ du point M .
- b) Exprimer l'accélération d'entraînement $\vec{a}_e(M)$ du point M .
- c) Exprimer l'accélération de Coriolis $\vec{a}_c(M)$.
- d) Dédire l'expression de l'accélération absolue $\vec{a}_a(M)$.
- 8) Déterminer la nature de mouvement décrit par le point M dans le référentiel absolu R .

Exercice 2 :

Les coordonnées d'un point matériel M dans un repère orthonormé direct $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont données en fonction du temps par : $x(t) = 2t + 1$, $y(t) = 4t(t - 1)$ et $z(t) = 0$.

- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire de M .
- 2) Exprimer dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs vitesse et accélération de M .
- 3) Déterminer les vecteurs de la base de *Frenet* $(\vec{T}, \vec{N}, \vec{B})$.
- 4) Calculer les modules a_T et a_N des accélérations tangentielle $\vec{a}_T$ et normale $\vec{a}_N$ de M .
- 5) Dédire le rayon de courbure R_c de la trajectoire en fonction du temps.

Bonne chance