

DEVOIR de PHYSIQUE

Exercice 1 : Energie potentielle

Une tige (T), confondue avec l'axe (OX), est liée à un référentiel $R(OXYZ)$ tournant avec une vitesse angulaire ω constante autour de l'axe (OZ) d'un référentiel fixe $R_0(Oxyz)$ supposé Galiléen. L'axe vertical (Oz) fait avec la tige un angle α constant. Un anneau M de masse m est astreint à se déplacer le long de la tige lubrifiée, en présence de frottement visqueux de coefficient h (voir figure 1). Cet anneau est également relié à un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 dont l'autre extrémité est fixée en O . On donne : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $E_p(l_0) = 0$

On étudiera ce problème dans la base mobile $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ liée au référentiel R .

- 1) Exprimer les forces extérieures et les forces d'inerties appliquées à M dans le référentiel R .
- 2) Montrer que l'énergie potentielle totale est d'expression :

$$E_p = mgX \cos(\alpha) + \frac{k}{2} (X - l_0)^2 - \frac{m\omega^2}{2} X^2 + Cte$$

- 3) a/ Déterminer l'abscisse X_e correspondant à la position d'équilibre dans le référentiel R .

b/ A quelle condition sur la vitesse angulaire ω l'équilibre est-il stable?

Dans ce cas, préciser la nature de mouvement.

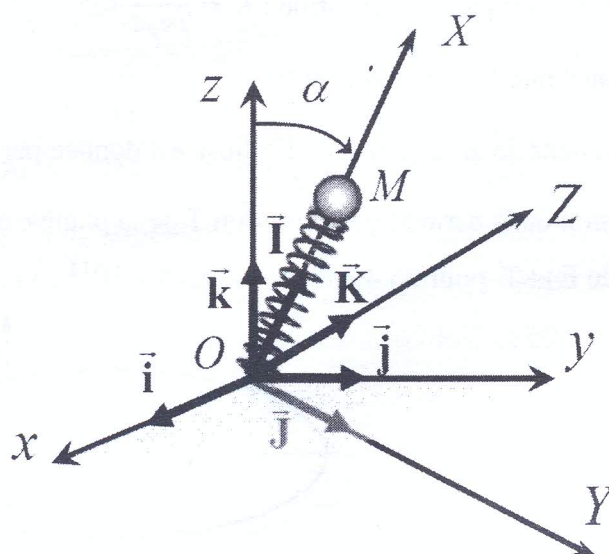


Figure 1

Exercice 2 : Force centrale

On veut étudier le mouvement d'une planète, assimilée à un point matériel M, soumis au champ de gravitation de la terre de centre O, de masse $M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, et de rayon $R = 6378 \text{ km}$.

On suppose que le référentiel lié à la terre est galiléen et on néglige les effets du soleil et des autres planètes. On appelle $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ S.I}$ la constante de gravitation universelle. La planète de masse M_p est située à une distance $r = OM$.

On utilisera les coordonnées polaires (r, θ) et la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.

- 1) Exprimer la force d'attraction $\vec{F}$ exercée par la terre sur la planète en fonction de M_p , M_T , r , G et $\vec{u}_r$
- 2) Montrer que le mouvement est plan. On notera le moment cinétique en O, $\vec{L} = L\vec{u}_z$.
Déterminer l'expression de L en fonction de M_p , r et $\dot{\theta} = d\theta/dt$.
- 3) La trajectoire de la planète est caractérisée par un vecteur d'excentricité défini par :

$$\vec{e} = \vec{u}_\theta - \frac{L}{GM_p M_T} \vec{V}$$

où $\vec{V}$ est la vitesse de la planète. Montrer que $\vec{e}$ est constant.

- 4) a/ Calculer le produit scalaire $\vec{e} \cdot \vec{u}_\theta$.

b/ Montrer que l'équation de la trajectoire peut se mettre sous la forme :

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

et expliciter le paramètre p .

- 5) La vitesse est donnée par la formule de Binet $v^2 = C^2 \left[\left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 + u^2 \right]$

avec $u = \frac{1}{r}$ et $C = r^2 \dot{\theta}$ la constante des aires.

- a/ Exprimer l'énergie mécanique sous la forme : $E = \frac{K^2}{2M_p C^2} (e^2 - 1)$

On précisera la constante K et le signe de E .

- b/ Montrer que la longueur de grand axe a de l'ellipse est donnée par : $a = -\frac{K}{2E}$

- 6) Déterminer l'expression de la période de révolution T de la planète en fonction de K , G , E et M_T .

Calculer les valeurs de E et T pour $a = 49000 \text{ km}$ et $K = 40 \cdot 10^{11}$.

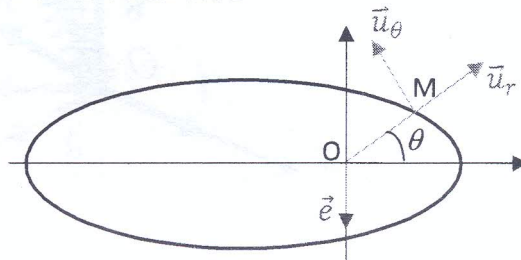


Figure 2

Exercice 3 : Optique géométrique

A- Prisme :

On considère un prisme de verre d'indice n et de section droite un triangle ABC rectangle en A.

On notera α l'angle du prisme en B. Il est éclairé par un faisceau parallèle de lumière monochromatique à la longueur d'onde λ (voir figure 3). La marche du rayon incident pénètre la face AB sous l'angle d'incidence i . Après réflexion totale sur la face BC avec un angle β , le faisceau sort du prisme par la face AC avec un angle d'émergence i' . On notera D l'angle de déviation entre les rayons incident et émergent par le prisme.

- 1) Représenter la marche des rayons lumineux traversant le prisme.
- 2) Quelle est la condition sur l'angle β pour avoir une réflexion totale sur la face BC.
- 3) Montrer que l'angle de déviation D est exprimée par :

$$D = \frac{\pi}{2} + i - i'$$

- 4) Si le rayon émergent est perpendiculaire au rayon incident, donner la valeur β et montrer que n doit vérifier une inégalité que l'on précisera.

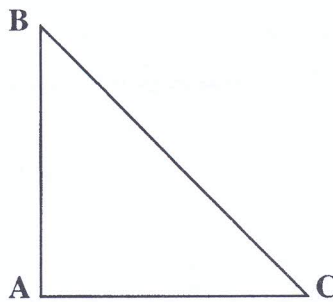


Figure 3

B- Lentilles minces :

Trouver par calcul et par construction géométrique, la position, la grandeur et la nature de l'image dans les deux cas suivants :

- 5) Une lentille convergente L, de centre optique O et de distance focale image $\overline{OF'} = 30 \text{ cm}$ donne d'un objet AB ($\overline{AB} = 1 \text{ cm}$) une image $A'B'$. L'objet est placé en arrière de L à 60 cm.
- 6) Une lentille divergente L', de centre optique O et de distance focale image $\overline{OF'} = -30 \text{ cm}$ donne du même objet une image $A''B''$. L'objet est placé en avant de L' à 60 cm.