

Examen de contrôle de Physique

Exercice 1 :

On considère deux charges ponctuelles $+q$ et $-q$ situées sur l'axe (Oz) distantes de a et symétriques par rapport à l'origine O . Soit un point $M(x, y, z)$ situé à une distance $OM = r$ dans une direction faisant l'angle θ avec l'axe (Oz) (voir figure ci-dessous).

1°) Exprimer les distances r_1 et r_2 de M aux charges $+q$ et $-q$ en fonction de r et θ .

2°) Quels sont les potentiels v_+ créé par $+q$ et v_- créé par $-q$ au point M situé à une grande distance des charges ($r \gg a$).

3°) En déduire que le potentiel v_d créé par le dipôle au point M est :

$$v_d(r, \theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{aq \cos \theta}{r^2}$$

4°) On définit le moment dipolaire par $\vec{p} = qa\vec{u}_z$,

Exprimer le potentiel v_d en fonction de $\vec{p}$.

5°) En déduire les composantes radiale E_r et ortho-radiale E_θ du champ électrique $\vec{E}_d$ du dipôle. Calculer son module $\|\vec{E}_d\|$.

On donne le gradient en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{grad} = \frac{\partial}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$$

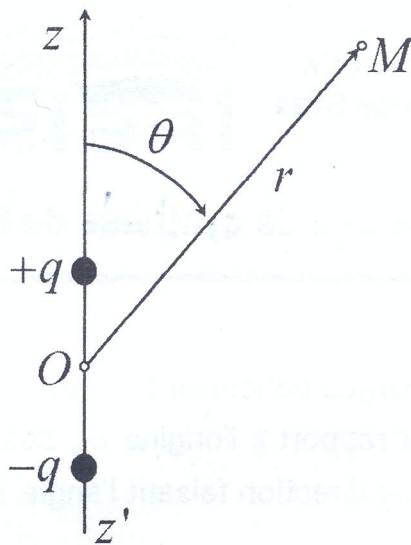
6°) Calculer et représenter le champ aux quatre points (appelés positions de Gauss) définis par et tel que r_0 est une constante positive que vous pouvez choisir vous-même :

$$M_1(r_0, \theta=0); \quad M_2\left(r_0, \theta=\frac{\pi}{2}\right); \quad M_3(r_0, \theta=\pi); \quad M_4\left(r_0, \theta=\frac{3\pi}{2}\right)$$

7°) Donner l'allure des surfaces équipotentiels à partir de $v_d(r, \theta) = k = \text{constante}$.

On note que le plan xOy est une équipotentielle nulle.

8°) Déduire l'allure des lignes de champ à partir de $\vec{E}_d \wedge d\vec{\ell} = \vec{0}$.



Exercice 2 :

On considère un conducteur cylindrique creux de longueur infinie, d'axe (Oz) , parcouru par un courant de densité volumique $\vec{j} = j \vec{u}_\theta$ uniforme circulant dans la région de l'espace comprise entre R_1 et R_2 (voir figure 1). On se propose de déterminer le champ magnétostatique $\vec{B}(M)$ créé en tout point M de l'espace repéré par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) .

1°) Par des considérations de symétrie, déterminer la direction et les variables d'espace dont dépend le champ $\vec{B}(M)$ en un point quelconque de l'espace.

2°) A partir du *théorème d'Ampère*, calculer le champ $\vec{B}(M)$ dans les régions de l'espace :

$$r < R_1 \quad ; \quad R_1 < r < R_2 \quad ; \quad r > R_2$$

Le contour fermé d'Ampère est choisi sous forme d'un rectangle de longueur ℓ et de largeur r (voir figure 2). On notera par B_0 la valeur du champ sur l'axe (Oz) .

3°) Donner l'expression du champ $\vec{B}(M)$ en tout point de l'espace en supposant que le champ est nul à l'extérieur ($r > R_2$). En déduire la valeur B_0 du champ sur l'axe Oz .

4°) Représenter la variation du champ $B = f(r)$.

5°) On suppose que la distribution volumique de courant est équivalente à celle d'un solénoïde infini d'axe (Oz) constitué de spires jointives parcourue chacune par un courant d'intensité I . Le rayon du solénoïde est R et le nombre de spires par unité de longueur sera noté n .

Donner la nouvelle expression de B_0 .

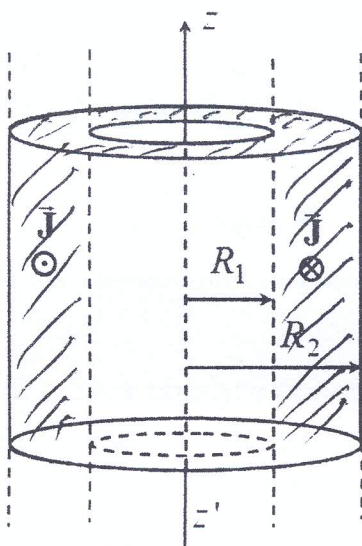


Figure 1

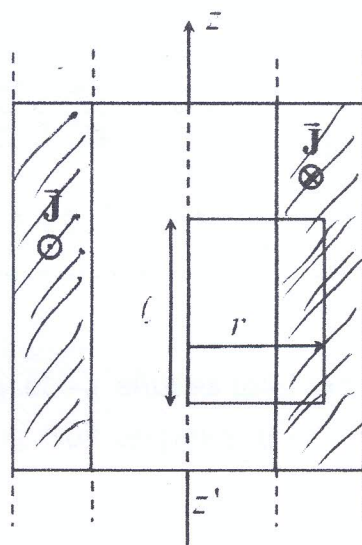


Figure 2