

Sciences et Techniques Automatisées (STA-MSI)

MECANIQUE DES SOLIDES INDEFORMABLES PT1

Examen de fin du 1^{ère} semestre Date: 4 Janvier 2024 Durée: 1h30min

On propose l'étude du mécanisme, nommé transmetteur, extrait de la chaîne d'énergie d'un système de capsulage de bouteilles (**figure1-b**). Il a pour fonction d'assurer la transformation du mouvement de rotation en un mouvement de translation. L'arbre d'entrée (1) est animé d'un mouvement de rotation et entraîné par un moteur électrique. L'arbre de sortie (4) est animé d'un mouvement de translation alternatif.

La **figure1-a** représente le schéma cinématique du système. Les principaux éléments du mécanisme sont :

- le bâti (0) est lié au repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen,
- l'arbre d'entrée (1), lié au repère $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_0, \vec{z}_1)$, est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{y}_0 = \vec{y}_1)$ avec le bâti (0) tel que : $\vec{OA} = a \vec{y}_0$ et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$. L'arbre d'entrée (1) est aussi lié au repère $R'_1(A, \vec{x}'_1 = \vec{x}_1, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$ tel que : $\theta_0 = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = (\vec{z}_1, \vec{z}'_1) = \text{constante}$.
- le bras (2) lié au repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2 = \vec{y}'_1, \vec{z}_2)$, est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{y}'_1 = \vec{y}_2)$ avec l'arbre d'entrée (1) tel que : $\beta = (\vec{x}'_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}'_1, \vec{z}_2)$. Au cours du fonctionnement l'axe $(A, \vec{y}_2)$ décrit, dans R_0 , un cône d'axe $(A, \vec{y}_0)$ et de demi angle au sommet θ_0 . L'axe $(A, \vec{z}_2)$ oscille par rapport à R_0 tout en restant toujours dans le plan $(O, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- la pièce (3), liée au repère $R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3 = \vec{z}_2)$, est en liaison pivot glissant d'axe $(C, \vec{z}_2)$ avec le bras (2) tel que : $\vec{AC} = \lambda \vec{z}_2$ et $\gamma = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$.
- l'arbre de sortie (4), lié au repère $R_4(C, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$, est d'une part en liaison glissière d'axe $(D, \vec{y}_0)$ avec le bâti (0) et d'autre part en liaison rotule de centre C avec la pièce (3) tel que : $\vec{DC} = -\mu \vec{y}_0$.

Les positions des différents points (centres de liaison ou autres) sont décrites par les relations vectorielles :

$$\vec{OA} = a \vec{y}_0, \quad \vec{AC} = \lambda \vec{z}_2, \quad \vec{DC} = -\mu \vec{y}_0, \quad \vec{AB} = d \vec{z}_2 \quad \text{et} \quad \vec{OD} = b \vec{y}_0 + c \vec{z}_0.$$

Les angles α , β et γ sont les paramètres angulaires du mécanisme et λ et μ définissent des paramètres de translation. a , b , c et d sont des constantes géométriques du mécanisme, θ_0 est un écart angulaire constant.

Partie géométrique : (5pts)

- 1°) a) Préciser le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système.
b) Réaliser le graphe de liaisons du système, en déduire la nature de la chaîne.
- 2°) a) Ecrire l'équation vectorielle qui traduit la fermeture géométrique de la chaîne de solides obtenue.
b) Projeter cette équation dans la base du repère R_1 et écrire les trois équations scalaires qui en découlent.
c) Dériver les trois équations obtenues.
- 3°) Trouver la relation traduisant la loi d'entrée-sortie du système.

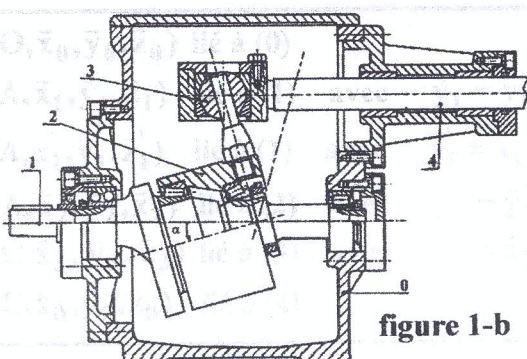
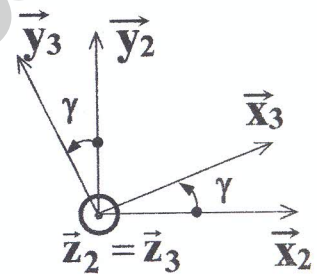
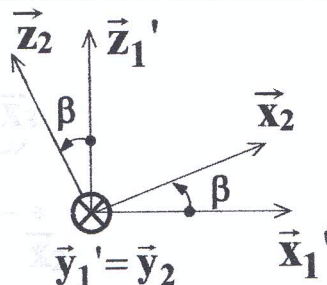
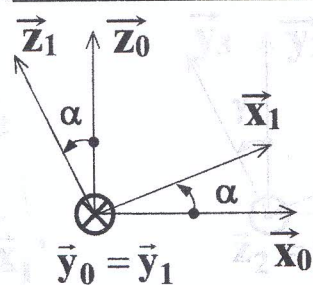
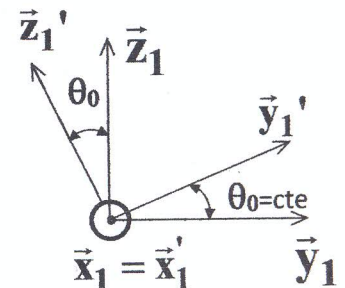
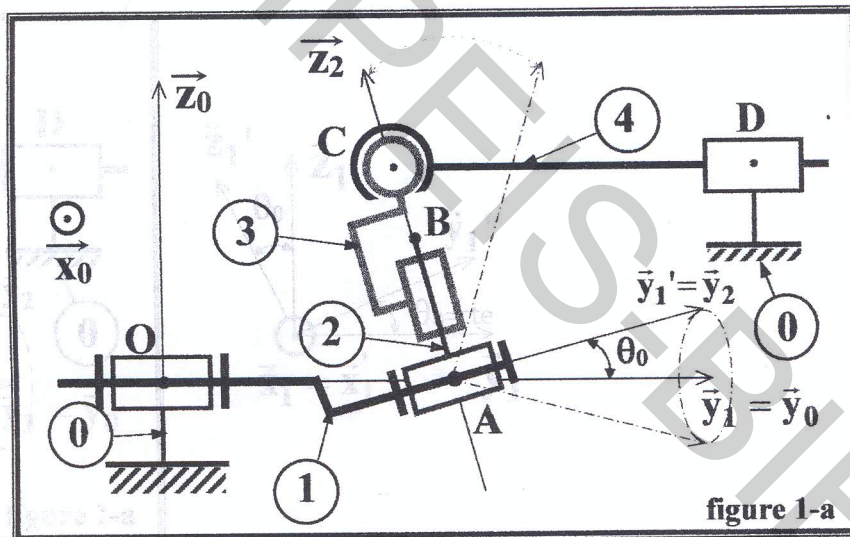
Partie cinématique : (15pts)

- 4°) Déterminer les vecteurs rotations: $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/1}$, $\vec{\Omega}_{3/2}$ et $\vec{\Omega}_{4/0}$, déduire $\vec{\Omega}_{3/4}$ et $\vec{\Omega}_{2/0}$.
- 5°) Exprimer les vecteurs $\vec{y}'_1$, $\vec{z}'_1$, $\vec{x}_2$ et $\vec{z}_2$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ du repère R_1 en fonction des angles définis dans l'énoncé.

Remarque : tous les vecteurs vitesses doivent être exprimés dans la base du repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

- 6°) a) Calculer, par dérivation puis par cinématique des solides, $\vec{V}(A)_{/R_0}$,

- b) Calculer, par dérivation, la vitesse du point C appartenant à (3) par rapport à R_2 : $\vec{V}(C)_{3/R_2}$,
- c) Calculer la vitesse du point C appartenant à (2) par rapport à R_0 : $\vec{V}(C)_{2/R_0}$,
- d) Déduire la vitesse du point C appartenant à (3) par rapport à R_0 : $\vec{V}(C)_{3/R_0}$.
- 7°) a) Calculer, par dérivation, la vitesse du point C appartenant à (4) par rapport à R_0 : $\vec{V}(C)_{4/R_0}$,
- b) En exploitant la condition cinématique de la liaison rotule en C, déduire, par projection dans la base du repère R_1 , le système des trois équations qui en découle.
- c) Comparer ces trois équations avec les trois équations trouvées en 2°) c).
- 8°) a) Déterminer le torseur cinématique au point A du bras (2) dans son mouvement par rapport au bâti (0) $\{\tau_{2/0}\}_A^{R_1}$, exprimer les coordonnées de ce torseur dans la base R_1 .
- b) Déduire sa nature et déterminer son axe central.
- c) Sans calculer $\vec{V}(B)_{2/R_0}$, déduire que cette vitesse est orthogonal à $\vec{\Omega}_{2/0}$.
- d) Calculer, par cinématique des solides, $\vec{V}(B)_{2/R_0}$ et vérifier qu'il est orthogonal à $\vec{\Omega}_{2/0}$.
- 9°) Calculer, par composition de mouvement, l'accélération du point C appartenant à (3) par rapport à R_1 : $\vec{\gamma}(C)_{3/R_1}$, utiliser R_2 comme repère relatif et exprimer cette accélération dans la base du repère R_2 .



- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à (0)
- $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ lié à (1) avec $\vec{y}_1 = \vec{y}_0$
- $R_1'(A, \vec{x}_1', \vec{y}_1', \vec{z}_1')$ lié à (1) avec $\vec{x}_1' = \vec{x}_1$
- $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié à (2) avec $\vec{y}_2 = \vec{y}_1'$
- $R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ lié à (3) avec $\vec{z}_3 = \vec{z}_2$
- $R_4(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à (4)

figure 1 : transmetteur d'un système de capsulage de bouteilles