

Sciences et Techniques Automatisées (STA)

Mécanique des Solides Indéformables PT1

Examen de fin du 1^{er} semestre. Date : 14 Décembre 2024. Durée: 1 h 30 min

On propose d'étudier le mécanisme d'adaptation en hauteur de l'assise du fauteuil de soins dentaire. Ce mécanisme est modélisé par son schéma cinématique minimal de la figure 1. Il est composé d'un :

- **Bâti (0)** auquel est lié le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen.
- **Bras (1)** en liaison pivot d'axe $(O, \vec{y}_0)$ avec le bâti (0). Le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_0, \vec{z}_1)$ est lié à (1) tel que $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$.
- **Bras (2)** en liaison linéaire annulaire d'axe $(K, \vec{x}_0)$ avec le bâti (0) d'une part et en liaison pivot d'axe $(F, \vec{y}_0)$ avec le bras (1) d'autre part. Le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_0, \vec{z}_2)$ est lié à (2) tel que $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$.
- **Fauteuil (3)** en liaison linéaire annulaire d'axe $(J, \vec{x}_0)$ avec le bras (1) d'une part et en liaison pivot d'axe $(A, \vec{y}_0)$ avec le bras (2) d'autre part. Le repère $R_3(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié à (3).
- **Motoréducteur (4)** en liaison pivot d'axe $(B, \vec{y}_0)$ avec le bâti (0). Le repère $R_4(A, \vec{x}_4, \vec{y}_0, \vec{z}_4)$ est lié à (4) tel que $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{z}_0, \vec{z}_4)$.
- **Arbre-vis (5)** en liaison pivot d'axe $(C, \vec{x}_4)$ avec le motoréducteur (4). Le repère $R_5(C, \vec{x}_4, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$ est lié à (5) tel que $\varphi = (\vec{y}_0, \vec{y}_5) = (\vec{z}_4, \vec{z}_5)$.
- **Ecrou (6)** en liaison hélicoïdale d'axe $(E, \vec{x}_4)$ avec l'arbre-vis (5) d'une part et en liaison pivot d'axe $(D, \vec{y}_0)$ avec le bras (1) d'autre part. Le repère $R_6(D, \vec{x}_4, \vec{y}_0, \vec{z}_4)$ est lié à (6).

La rotation de l'arbre-vis (5) entraîne en mouvement les solides (6), (1) et (2) ce qui permet la mise en hauteur z du fauteuil (3).

Les positions des différents points géométriques sont décrites par les relations vectorielles :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} &= z \vec{z}_0, & \overrightarrow{OB} &= a_0 \vec{x}_0 - b_0 \vec{z}_0, & \overrightarrow{OD} &= a_1 \vec{x}_1 - b_1 \vec{z}_1, & \overrightarrow{BD} &= \lambda \vec{x}_4 \\ \overrightarrow{OF} &= \overrightarrow{FJ} = L \vec{x}_1, & \overrightarrow{AF} &= \overrightarrow{FK} = L \vec{x}_2, & \overrightarrow{OK} &= \overrightarrow{AJ} = x \vec{x}_0. \end{aligned}$$

Où $\lambda, x, z, \alpha, \beta, \theta$ et φ sont les paramètres variables en fonction du temps du système.

a_0, b_0, a_1, b_1 et L sont des constantes positives.

Partie géométrique :

- 1°) a) Préciser le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie du système.
b) Réaliser le graphe de liaisons du système, en déduire la nature de la chaîne.
- 2°) a) Ecrire la relation vectorielle qui traduit la fermeture géométrique de la chaîne 0-4-5-6-1-0.
b) Projeter cette équation dans la base du repère R_0 et déduire les 2 relations scalaires qui en découlent.
c) Trouver la relation directe entre α et λ relation (Eq I : Equation I)
- 3°) a) Ecrire la relation vectorielle qui traduit la fermeture géométrique de la chaîne 1-0-2-3-1.
b) Projeter cette équation dans la base du repère R_0 et déduire les 2 relations scalaires qui en découlent.
c) Déduire la relation directe entre z et α (Eq II).
- 4°) Sachant que $\lambda = -p\varphi + \lambda_0$ (Eq III) où λ_0 est une constante positive et p est le pas réduit de l'arbre-vis (5) exprimé en (mm/rad), sans déterminer la loi d'entrée sortie, expliquer comment on peut aboutir la relation entre le paramètre d'entrée et celui de sortie.

Partie cinématique :

- 5°) Déterminer les vecteurs rotations: $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/0}$, $\vec{\Omega}_{4/0}$, $\vec{\Omega}_{3/0}$, $\vec{\Omega}_{6/4}$, $\vec{\Omega}_{6/5}$.
- 6°) a) Ecrire au point O le torseur cinématique de (1/0), quel est sa nature ?, déduire son axe central.
 b) Calculer, par dérivation, la vitesse $\vec{V}(A)_{2/0}$, déduire la nature du torseur cinématique de (2/0).
 c) Ecrire au point A le torseur cinématique de (3/0), quel est sa nature ?
 d) Montrer que $\vec{V}(D)_{6/5} = \dot{\lambda} \vec{x}_4$, déduire en fonction de $\dot{\phi}$ et du pas réduit p de l'arbre-vis (5), le torseur cinématique au point D de (6/5), quel est sa nature ?
- 7°) a) Calculer, par cinématique des solides, la vitesse $\vec{V}(D)_{1/0}$ exprimée dans la base du repère R_1 .
 b) Calculer, par dérivation, la vitesse $\vec{V}(D)_{6/0}$, exprimée dans la base du repère R_4 (utiliser le point B).
 c) En utilisant la condition cinématique de la liaison pivot en D ($\vec{V}(D)_{1/6} = \vec{0}$), déterminer, par projection dans la base de R_0 , les deux relations scalaires entre $\dot{\lambda}$, $\dot{\theta}$ et $\dot{\alpha}$.
- 8°) a) Calculer, par dérivation l'accélération $\vec{\gamma}(D)_{6/0}$ exprimée dans la base du repère R_4 .
 b) Calculer, par cinématique des solides l'accélération $\vec{\gamma}(F)_{1/0}$ exprimée dans la base du repère R_1 .
- 9°) a) Calculer, par cinématique des solides, la vitesse $\vec{V}(J)_{1/0}$ exprimée dans la base du repère R_0
 b) Calculer, par cinématique des solides, la vitesse $\vec{V}(J)_{3/0}$ exprimée dans la base du repère R_0
 c) Sachant que $\vec{V}(J)_{3/1} \cdot \vec{z}_0 = 0$, déduire la relation entre $\dot{z}$ et $\dot{\alpha}$.

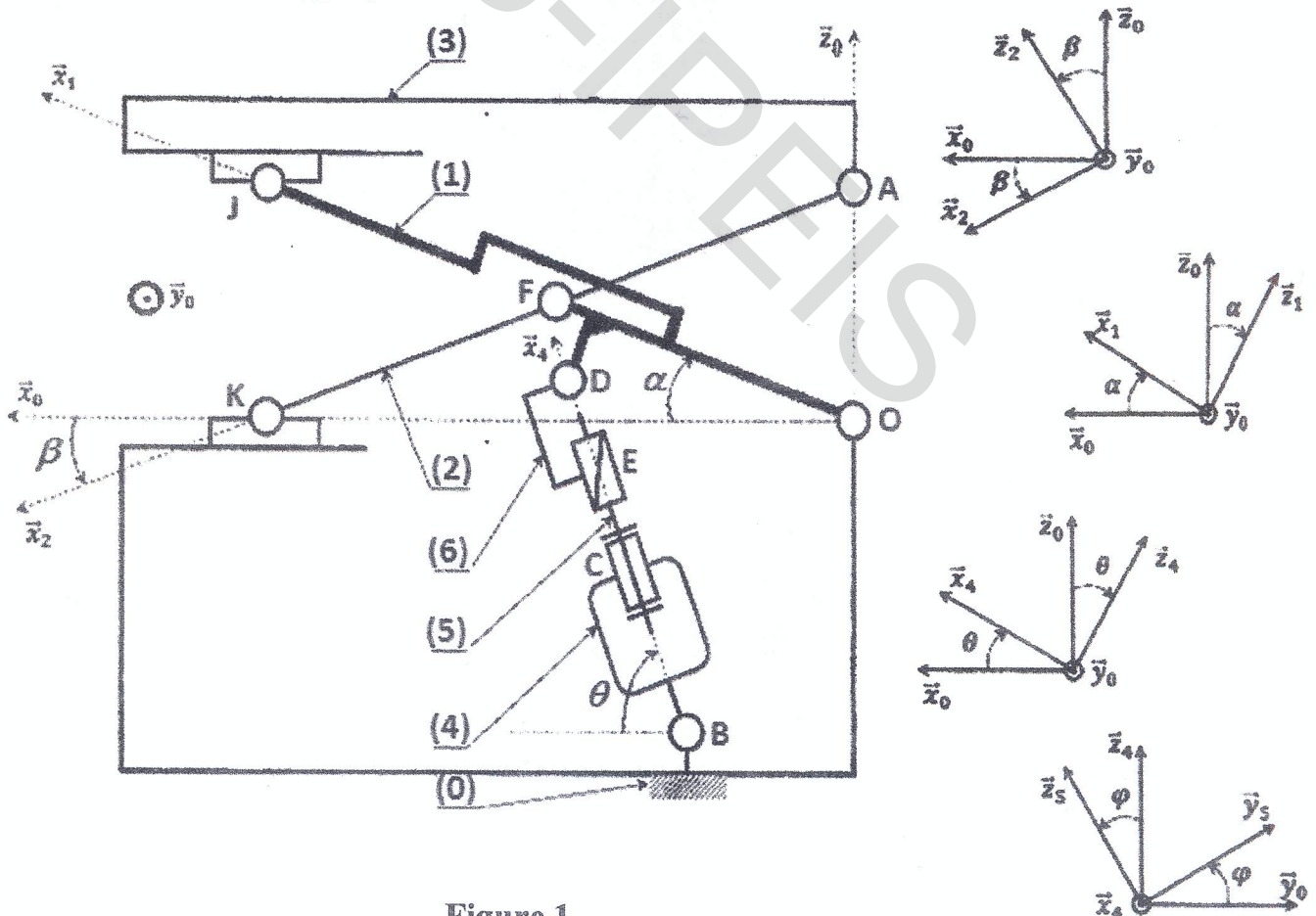


Figure 1