

Sciences et Techniques Automatisées (STA)

Mécanique des Solides Indéformables PT1

Examen de fin du 2^{ème} semestre Date: 16 Mai 2025 Durée: 1h30 min

Prs : M.Maatar et C.Karra

Problème

La figure 1 représente un mécanisme de découpage. Les principaux éléments qui le composent sont :

- le bâti (0),
- le pignon (1) en liaison pivot d'axe $(A, \vec{Z}_0)$ avec le bâti (0),
- la roue dentée (2) en liaison pivot d'axe $(O, \vec{Z}_0)$ avec le bâti (0),
- l'engrènement entre le pignon (1) et la roue dentée (2) s'effectue au point I et constitue une liaison supposée ponctuelle de normale $\vec{X}_0$,
- le doigt (3) solidaire (en liaison complète) de la roue dentée (2) est en liaison supposée ponctuelle en C de normale $\vec{Y}_4$ avec la coulisse (4),
- la coulisse (4) est muni d'une lumière dans laquelle glisse le doigt (3) solidaire de la roue (2), la coulisse (4) est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{Z}_0)$ avec le bâti (0) et en liaison pivot d'axe $(D, \vec{Z}_0)$ avec la bielle (5),
- le coulisseau (6) est en liaison glissière d'axe $(E, \vec{Y}_0)$ avec le bâti (0) et en en liaison pivot d'axe $(E, \vec{Z}_0)$ avec la bielle (5).

Les repères et les paramètres adoptés sont définis comme suit :

- $R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ repère lié au bâti (0) supposé galiléen, tel que l'axe $(O, \vec{Y}_0)$ est vertical ascendant,
- $R_1(A, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_0)$ repère lié au pignon (1), tel que : $\psi = (\vec{X}_0, \vec{X}_1) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_1)$,
- $R_2(O, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_0)$ repère lié à la roue dentée (2) tel que : $\theta = (\vec{X}_0, \vec{X}_2) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_2)$,
- $R_4(B, \vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_0)$ repère lié à la coulisse(4) tel que : $\alpha = (\vec{X}_0, \vec{X}_4) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_4)$,
- $R_5(E, \vec{X}_5, \vec{Y}_5, \vec{Z}_0)$ repère lié à la bielle (5) tel que : $\beta = (\vec{X}_0, \vec{X}_5) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_5)$.

Les positions des différents centres de liaison sont décrites par les relations vectorielles :

$$\vec{IA} = r \vec{Y}_0, \quad \vec{OI} = R \vec{Y}_0, \quad \vec{OC} = a \vec{X}_2, \quad \vec{BO} = e \vec{Y}_0, \quad \vec{DB} = b \vec{X}_4, \quad \vec{ED} = \ell \vec{Y}_5$$

Les angles ψ , θ , α et β sont les paramètres angulaires du mécanisme. r , R , a , e , b , et ℓ sont des constantes géométriques du mécanisme.

On donne : $\vec{BC} = [e \sin \alpha + a \cos(\alpha - \theta)] \vec{X}_4$

Etude cinématique (7 points)

1°) Déterminer les vecteurs rotations: $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/0}$, $\vec{\Omega}_{4/0}$ et $\vec{\Omega}_{5/0}$.

2°) a) Calculer, par cinématique des solides, $\vec{V}(I)_{1/0}$.

b) Calculer, par cinématique des solides, $\vec{V}(I)_{2/0}$.

c) Sachant qu'il y a roulement sans glissement en I entre (1) et (2), trouver la relation entre $\dot{\psi}$ et $\dot{\theta}$.

d) Calculer les vecteurs de rotation de pivotement $\vec{\Omega}_{n2/1}$ et de roulement $\vec{\Omega}_{i2/1}$ de (2)/(1) au point I .

e) Montrer que le mouvement du (2) par rapport à (1) est un mouvement plan sur plan, trouver son centre instantané de rotation $I_{2/1}$ puis déduire, sans calcul, la base et la roulante du mouvement de (2) par rapport à (1).

- 3°) a) Calculer, par cinématique des solides, $\vec{V}(C)_{2/0}$.
 b) Calculer, par cinématique des solides, $\vec{V}(C)_{4/0}$.
 c) Calculer la vitesse de glissement en C, $\vec{V}(C)_{4/2}$. Exprimer cette vitesse dans la base de $R_4 (B, \vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_4)$ et justifier qu'elle doit être colinéaire à $\vec{X}_4$.
 d) déduire $\dot{\alpha}$ en fonction de $\dot{\theta}$ et les données géométriques du système.
- 4°) a) Déterminer les centres instantanés de rotation $I_{10}, I_{21}, I_{20}, I_{40}$ et I_{54} des mouvements plan sur plan des solides (1)/(0), (2)/(1), (2)/(0), (4)/(0) et (5)/(4), justifier votre réponse.
 b) En utilisant le théorème des 3 plans et sachant que $\vec{V}(E)_{5/0} // \vec{Y}_0$, déterminer la position du centre instantané de rotation I_{50} du mouvement plan sur plan de (5)/(0).

Etude statique (13 points)

Le système a un mouvement alternatif. Nous ne sommes pas donc dans le cadre d'une étude statique stricte. Cependant, compte tenu de la faible importance des inerties, nous négligerons les termes dynamiques. L'étude pourra alors être conduite comme une étude statique dans la configuration de la figure 1.

L'action mécanique d'entrée sur le pignon (1) se réduit à un couple moteur noté $\vec{C}_m = -C_m \vec{Z}_0$, l'action du coulisseau (6) sur la bielle (5) se réduit à une force $\vec{F} = F \vec{Y}_5$ appliquée en E. Tous les poids sont négligés.

On suppose que le problème est considéré comme étant un problème plan. Le torseur de l'action mécanique dans une liaison d'un solide (j) sur un solide (i) au point P se simplifie comme suit:

$$\{\tau_{(j) \rightarrow (i)}\}_P = \begin{Bmatrix} X_P & L_P = 0 \\ Y_P & M_P = 0 \\ Z_P = 0 & N_P \end{Bmatrix}_P^{\text{Repère}} \quad \underline{X_P, Y_P \text{ et } N_P \text{ peuvent être nuls suivant la liaison concernée}}$$

N.B. : Toutes les liaisons sont considérées parfaites sauf la liaison doigt (3)/coulisse (4) dont le coefficient de frottement est noté f

- 1) a) Etudier, au point A, l'équilibre statique du pignon (1) dans le repère R_0 , déduire les équations d'équilibre.
 b) Déterminer les composantes des torseurs $\{\tau_{0 \rightarrow 1}\}_A^{R_0}$ et $\{\tau_{2 \rightarrow 1}\}_I^{R_0}$ en fonction de C_m et r .
- 2) Soit l'ensemble (S) formé par la roue (2) et du doigt (3), $\{(S) = (\text{roue (2), doigt (3)})\}$. La vitesse de glissement de (S) par rapport à (4) au point C est donnée par: $\vec{V}(C \in S/4) = V_g \vec{X}_4$ où $V_g \geq 0$.
 a) Ecrire la forme générale du torseur de l'action mécanique de (S) sur (4) à travers la liaison ponctuelle avec frottement de glissement en C (utiliser la loi de Coulomb) $\{\tau_{4 \rightarrow (S)}\}_C^{R_4}$.
 b) Etudier, au point O, l'équilibre statique de l'ensemble (S) = {roue (2), doigt (3)} dans le repère R_4 , déduire les équations d'équilibre. **Pour cette question on prendra** $\{\tau_{0 \rightarrow S}\}_O^{R_4} = \begin{Bmatrix} X_O & 0 \\ Y_O & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_O^{R_4}$.
 c) Déterminer les composantes des torseurs $\{\tau_{4 \rightarrow (S)}\}_C^{R_4}$ et $\{\tau_{0 \rightarrow S}\}_O^{R_4}$ en fonction de C_m , f et les paramètres géométriques.
- 3) Etudier, au point D, l'équilibre de la bielle (5) dans le repère R_4 , déduire les équations d'équilibre et les composantes du torseur $\{\tau_{4 \rightarrow 5}\}_D^{R_4}$ en fonction de F et des paramètres géométriques. **On rappelle que l'action** du coulisseau (6) sur la bielle (5) se réduit à une force $\vec{F} = F \vec{Y}_5$ appliquée en E.

4) Sachant que le vecteur $\overrightarrow{BC} = [e \sin \alpha + a \cos(\alpha - \theta)] \overrightarrow{X_4}$

a) Etudier, au point B, l'équilibre de la coulisse (4) dans le repère R_4 , déduire les équations

d'équilibre : Pour cette question on prendra $\{\tau_{0 \rightarrow 4}\}_{B^{R_4}} = \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B^{R_4}}$

b) Déterminer la force F en fonction de Cm , f et des paramètres géométriques.

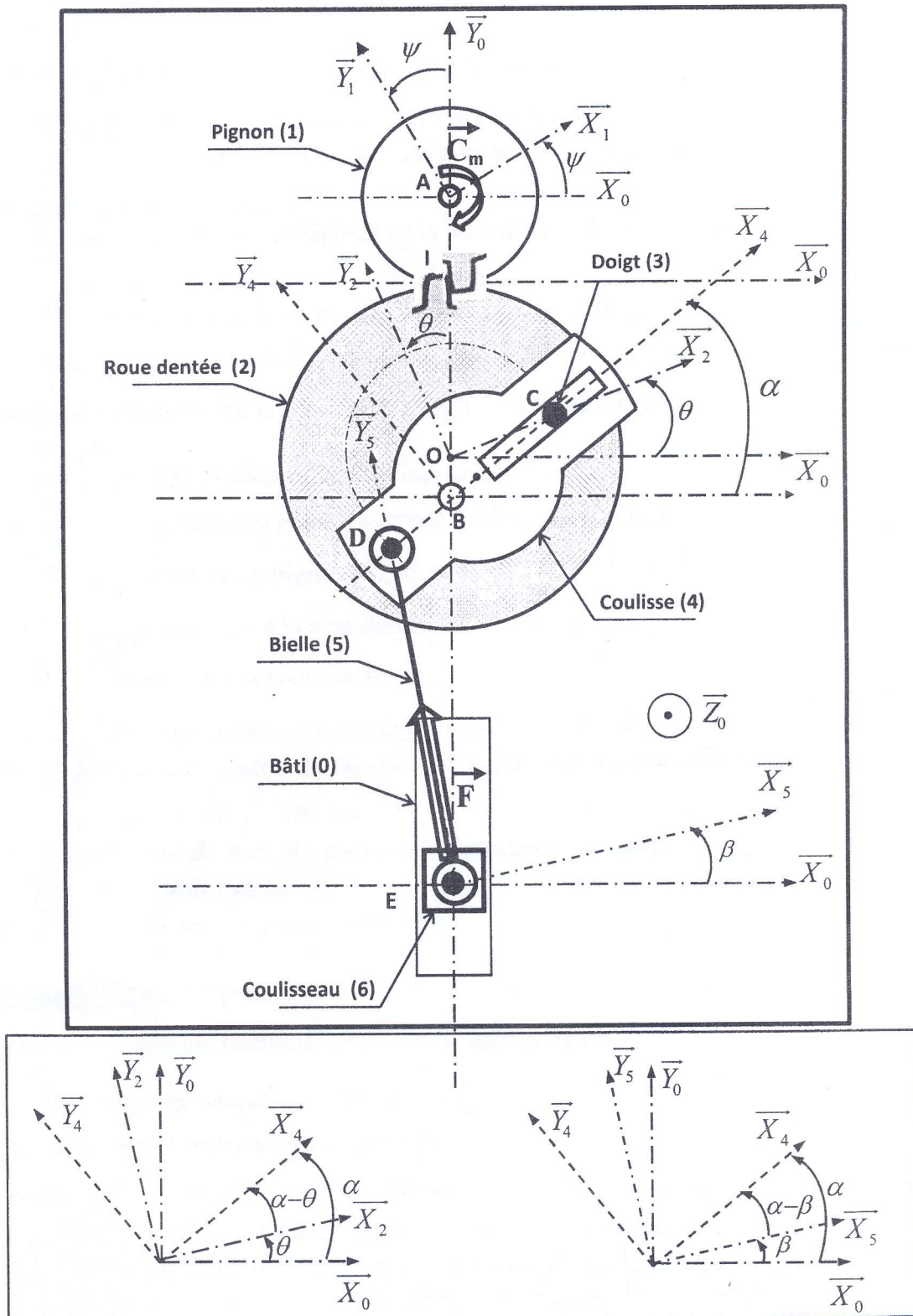


figure 1. Schématisation plane du mécanisme de découpage

Examen en Automatique

Ligne de fabrication de laine de verre

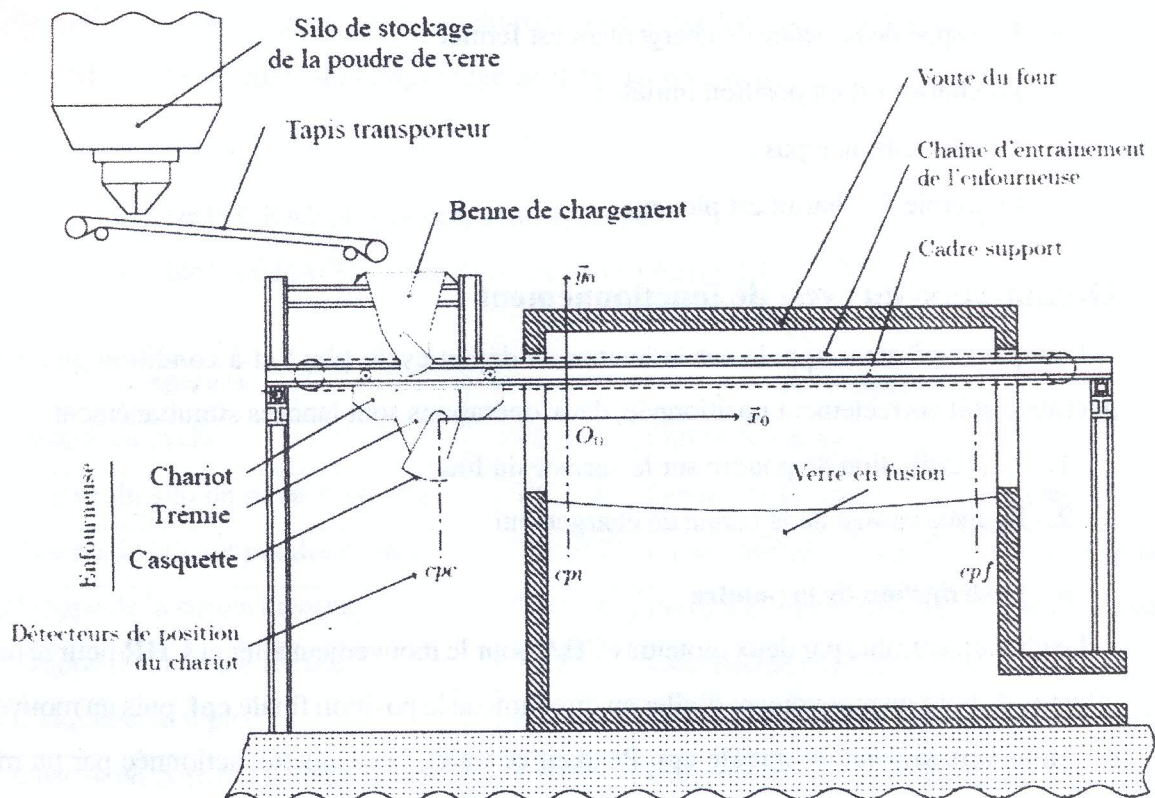


Figure 1 – Schéma du four de fusion avec son système de remplissage.

Présentation générale :

On considère le système de ligne de fabrication de laine de verre utilisée pour l'isolation thermique et acoustique des bâtiments. Les principaux équipements de cette ligne sont :

- Le silo de stockage de poudre de verre, équipé d'un tapis transporteur et d'une benne de chargement.
- Le four électrique de fusion, alimenté en poudre de verre par une enfourneuse composée d'un chariot, d'une trémie et d'une casquette.

La distribution de la poudre de verre sur la surface du four est assurée par l'enfourneuse. Celle-ci effectue des allers et retours au-dessus du four dans la direction $\overrightarrow{x_0}$. Durant ce déplacement, la casquette oscille pour déposer la poudre de manière régulière (voir figure 1).

Lorsque la trémie du chariot devient vide, le chariot se déplace sous la benne de chargement pour être rechargé. Une fois rempli, il revient à sa position initiale pour reprendre la distribution.

Position initiale du système :

Avant le démarrage du système, les conditions suivantes doivent être vérifiées :

- La trappe du silo de poudre est fermée ;
- La trappe de la benne de chargement est fermée ;
- Le chariot est en position initiale ;
- La casquette au repos ;
- La trémie du chariot est pleine.

Organisation du cycle de fonctionnement :

Lorsque l'opérateur appuie sur le bouton de départ cycle (**dcy**) et à condition que la partie opérative soit correctement positionnée, deux opérations sont lancées simultanément :

1. La distribution de poudre sur la surface du four ;
2. Le remplissage de la benne de chargement.

• Distribution de la poudre

Le chariot, entraîné par deux moteurs (**CHA** pour le mouvement aller et **CHR** pour le retour), effectue d'abord un mouvement d'aller en direction de la position finale **cpf**, puis un mouvement de retour vers la position initiale **cpi**. Pendant ce trajet, la casquette, actionnée par un moteur **CAS**, oscille de manière cyclique afin de répartir uniformément la poudre sur la surface du four.

Ces allers-retours, accompagnés de l'oscillation alternée de la casquette, se répètent tant que la trémie du chariot n'est pas vide. Dès qu'elle est vide, la casquette se ferme, puis le chariot se dirige vers la position de chargement (**cpc**) pour être rechargé.

• Remplissage de la benne

Lorsque le niveau de poudre dans la benne atteint le niveau bas, la séquence de remplissage commence par l'ouverture de la trappe bistable du silo de poudre et la mise en marche du tapis transporteur. Ce processus se poursuit de manière continue jusqu'à ce que le niveau de poudre dans la benne atteigne le niveau haut. Une fois le remplissage terminé, la trappe du silo se referme et le tapis transporteur s'arrête après une temporisation de 5 secondes. L'ensemble de ces opérations sont interrompues lorsque le niveau haut est détecté.

Une fois les deux opérations précédentes achevées, le remplissage de la trémie du chariot commence par ouverture de la trappe bistable de la benne de chargement. Elle reste ouverte jusqu'à ce que la trémie du chariot soit pleine. Dès que cette condition est remplie, la trappe se referme, puis le chariot se dirige vers la position initiale (**cpi**) pour commencer un nouveau cycle de distribution. Enfin, un compteur de cycles **CP** s'incrémente.

Ce processus complet constitue un cycle que l'on souhaite répéter tant que **CP** est inférieur à 8. Dans le cas contraire, le système s'arrête et retourne à son état initial.

On considère que :

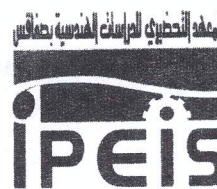
- M10 : macro-étape de la distribution de poudre sur la surface du four.
- M20 : macro-étape du remplissage de la benne de chargement.

Questions :

- 1) Compléter le GRAFCET principal du système.
- 2) Compléter les GRAFCETs relatifs aux macro-étapes M10 et M20.

Capteurs		Actionneurs	
dcy	Départ du cycle	TS := 1	Ouvrir la trappe du silo de poudre
tso	Trappe du silo de poudre ouverte	TS := 0	Fermer la trappe du silo de poudre
tsf	Trappe du silo de poudre fermée	TB := 1	Ouvrir la trappe de la benne de chargement
tbo	Trappe de la benne ouverte	TB := 0	Fermer la trappe de la benne de chargement
tbf	Trappe de la benne fermée	TAP	Commande du tapis transporteur
caf	Casquette au repos	CHA	Commande du mouvement aller du chariot
cpc	Chariot en position de chargement	CHR	Commande du mouvement retour du chariot
cpi	Chariot en position initiale	CAS	Faire osciller la casquette
cpf	Chariot en position finale		
nbb	Niveau bas benne		
nbb	Niveau haut benne		
tcv	Trémie du chariot vide		
tcp	Trémie du chariot pleine		
CP	Compteur de cycle		

Tableau 1 – Ensemble des actionneurs et des capteurs utilisés

**AVIS IMPORTANT AUX ETUDIANTS**

1. Chacune des feuilles de votre copie doit comporter une étiquette code à barres placée à l'endroit indiqué «coller ici votre code à barres»
2. Une copie d'examen comporte une seule «feuille principale» et des «feuilles suites» Sur chacune de vos feuilles, le code à barres est obligatoire
3. Cette feuille d'examen est strictement personnelle Elle ne doit comporter aucun signe distinctif Elle doit être écrite en noir et/ou bleu
4. Le non respect de l'une de ces exigences peut faire attribuer la note ZERO à l'épreuve

NOTE

--

--

00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

00	25	50	75

Document réponse d'automatique

1)

0	
.....	
M10	M20
.....	
1	
.....	
2	
.....	
3	
.....	
4	
.....	
5	
.....	

V1



1) Compléter les GRAFCETs relatifs aux macro-étapes M10 et M20.

