

Examen de Physique

Les documents et les téléphones portables ne sont pas autorisés. Les calculatrices sont autorisées.

Exercice 1:

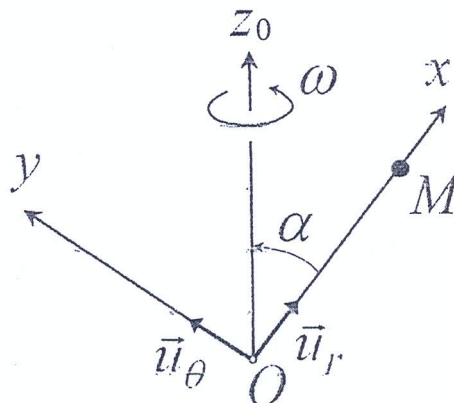
Soit $R_0(Ox_0y_0z_0)$ un référentiel fixe de base orthonormée directe $(\vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$ et $R(Oxyz)$ un référentiel non galiléen, muni de la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$, et qui tourne uniformément autour de l'axe (Oz_0) avec une vitesse angulaire ω constante. On considère une tige mobile suivant l'axe (Ox) , qui fait un angle α constant avec l'axe vertical (Oz_0) (voir la figure).

Un point matériel M, de masse m , est astreint à se déplacer sur la tige sous l'effet de son poids, des forces d'inerties et d'une force de rappel $\vec{f} = -k\vec{OM}$, avec k est une constante positive.

Le point M est repéré par le vecteur position $\vec{OM} = x\vec{u}_r$. Les frottements de glissements sont supposées négligeables et la réaction de tige est normale à l'axe mobile (Ox) .

On exprimera tous les résultats dans la base mobile $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$

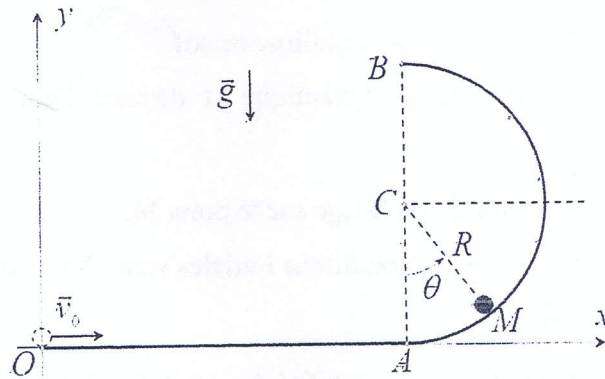
- 1) Calculer les accélérations relative $\vec{a}_r$, d'entraînement $\vec{a}_e$ et de Coriolis $\vec{a}_c$.
- 2) Faire le bilan des forces exercées sur le point M dans le référentiel R .
- 3) Déterminer l'abscisse x_e de la position M_0 à l'équilibre relatif.
- 4) a/ Ecrire la relation fondamentale de la dynamique et déduire l'équation différentielle du mouvement relatif.
b/ Donner l'expression de la réaction $\vec{R}$ de la tige sur le point M.
- 5) Déterminer l'abscisse $x(t)$ sachant que les conditions initiales sont : $V(0)=0$ et $x(0)=0$.
on posera $\Omega^2 = \omega^2 \sin^2(\alpha) - k/m$
- 6) Déterminer l'énergie potentielle et étudier la stabilité des positions d'équilibre.



Exercice 2:

Dans un référentiel galiléen $R(Oxyz)$, un point matériel, de masse m , lancé d'un point O avec une vitesse $\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$, est susceptible de coulisser le long d'un support (S) , sans pouvoir le quitter. Ce support (S) est constitué d'une partie horizontale $OA = L$ et d'un demi-cercle vertical de centre C , de rayon R et de diamètre AB . On prendra en considération le frottement de glissement de coefficient μ sur la partie horizontale OA , alors qu'on le négligera sur le demi-cercle AB .

- 1) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique et en déduire l'expression de la vitesse V_A au point A .
- 2) Calculer le travail du poids pour passer du point A jusqu'au point M en fonction de l'angle $\theta = (\overline{CA}, \overline{CM})$, du rayon R et de g , puis déterminer la vitesse V au point M en fonction de V_A .
- 3) a/ Appliquer le principe fondamental de la dynamique au point M dans le guide circulaire et en déduire l'expression de la réaction du support en fonction de V et θ .
b/ Déterminer les valeurs de la réaction et de la vitesse V_A si le point matériel s'arrête au point M d'angle $\theta = \pi/3$.
- 4) a/ Quelle est la condition et la valeur minimale de V_A pour que le point matériel atteigne le point B ?
b/ En déduire la valeur correspondante de V_0 ?



Exercice 3:

Dans le référentiel galiléen $R(Oxyz)$, on se propose d'étudier le mouvement d'un point matériel M , de masse m , soumis uniquement à une force centrale exercée par un corps attracteur de centre O et de la forme : $\vec{F} = -\frac{k}{r^3} \vec{u}_r$

k étant une constante positive et $r=OM$ le rayon polaire. On repère la position du point M par les coordonnées polaires (r, θ) tel que les conditions initiales sont : $\vec{OM}_0 = r_0 \vec{e}_x$ et $\vec{V}_0 = V_0 \vec{e}_y$.

On notera la constante des aires : $C = r^2 \dot{\theta}$.

1) Montrer que le moment cinétique $\vec{L}_O$ est constant qu'on exprimera en fonction de m , r et $\dot{\theta}$, puis en fonction de m , r_0 et V_0 .

2) Etablir l'équation différentielle de mouvement en $r(t)$.

3) Calculer l'énergie mécanique E_m et donner sa valeur initiale en fonction de m , k , r_0 et V_0 .

4) a/ Déterminer l'expression de l'énergie potentielle effective $E_{p_{eff}}(r)$.

Dans le cas où $C^2 > k/m$, tracer la courbe $E_{p_{eff}}(r)$ et donner la position d'équilibre r_{eq} .

b/ Indiquer la condition sur V_0 pour que le système soit dans un état de diffusion.

5) a/ On posera : $u(\theta) = \frac{1}{r}$ et $\dot{r} = -C \frac{du}{d\theta}$.

Écrire l'expression de l'énergie mécanique en fonction de m , C , k , u et $\frac{du}{d\theta}$.

b/ Etablir l'équation différentielle sous la forme suivante :

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + \beta^2 u = 0$$

6) On admettra que la solution générale de cette équation différentielle est de la forme :

$$u(\theta) = A \cos(\beta\theta) + B \sin(\beta\theta)$$

En utilisant les conditions $u(0) = \frac{1}{r_0}$ et $\frac{du(0)}{d\theta} = 0$, déterminer l'équation polaire de la trajectoire.