

EXAMEN DU 2^{ème} SEMESTRE

Épreuve de Physique
(2^{ème} Année de Préparation Biologie - Géologie)

Jeuudi 03 Mai 2018 de 8h30 à 11h30

NB: Les deux problèmes 1 et 2 seront rédigés sur des feuilles de composition séparées, et rendues également séparées à la fin de l'épreuve.

Problème 1: (Devoir de synthèse)

A- Ecoulement d'un fluide parfait dans un canal

On considère un écoulement incompressible et stationnaire d'eau dans un canal horizontal à section rectangulaire de largeur l parallèlement à (Oy) et de longueur supposée infinie suivant (Ox) (Figure 1).

L'espace est rapporté au référentiel, $R(Oxyz)$ de base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

L'eau du canal, assimilée à un fluide parfait, de masse volumique uniforme ρ , surmontée d'air à la pression atmosphérique $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, s'écoule, dans la direction (Ox) , à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ supposée uniforme sur une section du canal. Le champ de pesanteur est supposé uniforme. On note H la hauteur d'eau dans le canal.

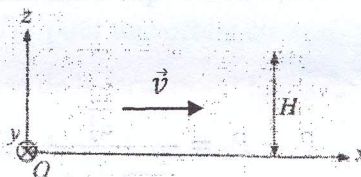


Figure 1

- 1- Déterminer le débit volumique Q en fonction des données du problème.
- 2- Ecrire l'équation de Bernoulli en terme d'énergie et préciser les hypothèses de sa validité.
- 3- On note: $e = gH + v^2/2$. Que représente e ? Que peut-on dire de sa valeur ?
- 4- Déterminer, dans ce cas, l'expression de Q en fonction de e , g , l et H .
- 5- On note Q_m le débit maximal dans le canal. Déterminer Q_m ainsi que la hauteur H_m correspondante.
- 6- Représenter la variation de Q en fonction de H dans un intervalle de H qu'on précisera.

B- Ecoulement réel : Écoulement d'un fluide visqueux

On considère un fluide visqueux, de viscosité dynamique η et de masse volumique ρ , en écoulement incompressible entre l'entrée et la sortie d'un tuyau cylindrique horizontal de rayon a et de longueur L sous l'effet d'une différence de pression $P_e - P_s$. On négligera la pesanteur dans la suite du problème. Le débit volumique Q_v est donné par la loi de Poiseuille:

$$Q_v = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{P_e - P_s}{L}$$

- 7- Quelles sont les hypothèses de validité de cette loi ?
- 8- Vérifier l'homogénéité dimensionnelle de cette loi.
- 9- Commenter le sens de variation de la perte de charge $P_e - P_s$ en fonction des différents paramètres.

10- Rappeler l'expression du nombre de Reynolds. Pour quelles valeurs de a la loi de Poiseuille reste-t-elle vérifiée dans le tuyau cylindrique ?

On donne dans le cas du sang : $\eta = 2.10^{-3}$ Poiseuille, $\rho = 1,03.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, $v_m = 0,2 \text{ m.s}^{-1}$

Où v_m est la vitesse moyenne d'écoulement.

11- La résistance hydrodynamique, notée R_h est reliée au débit volumique Q_v par la relation :

$P_e - P_s = R_h Q_v$; Déterminer R_h .

On étudie, maintenant, l'écoulement incompressible et stationnaire du même fluide dans un tronçon cylindrique constitué de trois cylindres de même longueur ℓ et de rayons respectifs a_1 , a_2 et a_3 (Figure 2).

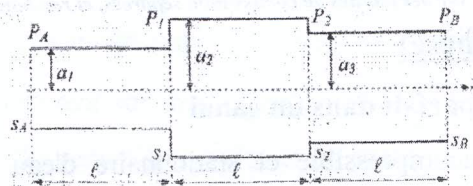


Figure 2

P_A , P_1 , P_2 et P_B sont, respectivement, les pressions au niveau des sections S_A , S_1 , S_2 et S_B du tronçon cylindrique. On note Q_A , Q_1 , Q_2 et Q_B les débits traversant, respectivement, les sections S_A , S_1 , S_2 et S_B du tronçon cylindrique. On suppose que la loi de Poiseuille est vérifiée dans les trois cylindres.

12- Justifier que le débit volumique se conserve dans le tronçon cylindrique.

13- En utilisant la conservation du débit, montrer que de la différence de pression

$P_1 - P_2$ du cylindre central est :

$$P_1 - P_2 = \frac{\frac{1}{a_2^4}}{\frac{1}{a_1^4} + \frac{1}{a_2^4} + \frac{1}{a_3^4}} (P_A - P_B)$$

Application : Etude d'un anévrisme

Le sang est un fluide visqueux, de viscosité η et de masse volumique ρ , en écoulement incompressible, laminaire et stationnaire sous l'effet d'une différence de pression $P_A - P_B$ exercée entre l'entrée et la sortie d'une artère. La perte de charge $P_A - P_B$ est supposée constante dans la suite. Une artère saine est modélisée par un cylindre de rayon a et de longueur L (Figure 3). On note R_{h0} sa résistance hydrodynamique.

On appelle, anévrisme, une dilatation localisée d'une artère. Une coupe d'une artère atteinte d'anévrisme est représentée sur la Figure 4. Le tiers central de cette artère possède un rayon $b > a$. P_A , P_{1a} , P_{2a} et P_B sont, respectivement, les pressions au niveau des sections S_A , S_1 , S_2 et S_B . On note R_{h1} , R_{h2} et R_{h3} les résistances hydrodynamiques des trois portions de l'artère siége d'anévrisme.

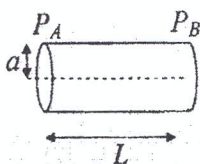


Figure 3

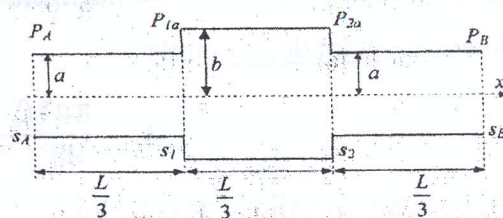


Figure 4

14- Déterminer la résistance hydrodynamique R_{h0} et le débit volumique Q de l'artère saine.

15- Exprimer les résistances hydrodynamiques R_{h1} , R_{h2} et R_{h3} de l'artère atteinte d'anévrisme en fonction

de R_{h0} .

16- Monter que la différence de pression $P_{1a} - P_{2a}$ du tiers central de l'artère siège d'anévrisme est :

$$P_{1a} - P_{2a} = \frac{P_A - P_B}{1 + 2 \left(\frac{b}{a} \right)^4}$$

17- Déterminer le débit volumique Q_a de l'artère siège d'anévrisme en fonction de Q , a et b .