

EXAMEN DU 2^{ème} SEMESTRE (Devoir de contrôle)

Épreuve de Physique
(2^{ème} Année de Préparation Biologie - Géologie)

Mercredi 20 Février 2019 de 8h30 à 10h30

Problème I

Dans le domaine végétal, la montée de la sève est favorisée par le mouillage des parois intérieures des conduites de circulation. La hauteur h d'ascension de la sève dans une conduite est fonction du rayon r de celui-ci, de la tension superficielle σ de la sève et d'un angle α appelé angle de raccordement. Cette relation $h = f(r, \sigma, \alpha)$ s'appelle la loi de Jurin.

- 1- Expliquer brièvement ce phénomène et définir l'angle de raccordement α
- 2- En écrivant la condition d'équilibre d'un élément de longueur dl du contour de la surface libre de la sève en contact avec la paroi interne de la conduite (Faire un schéma), montrer que :

$$\cos \alpha = \frac{\sigma_s - \sigma_{sl}}{\sigma}$$

où σ_s , σ et σ_{sl} sont respectivement la tension superficielle de la paroi du conduit, la tension superficielle de la sève et la tension interfaciale paroi-sève.

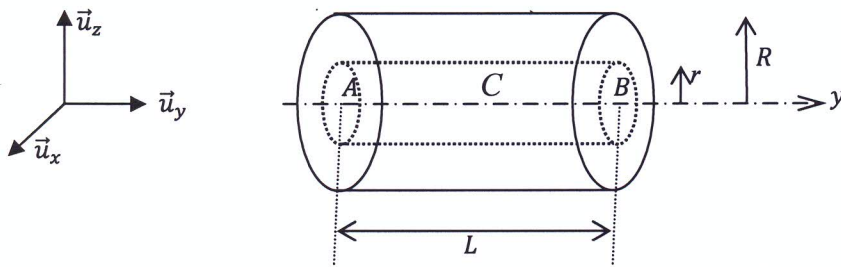
- 3- En se basant sur les valeurs de l'angle de raccordement α discuter la mouillabilité d'un liquide. En déduire l'expression de l'énergie d'adhésion liquide - solide $(\Delta w_a)_{sl}$. Conclure.
- 4- Etablir la condition d'équilibre hydrostatique de la colonne de la sève en ascension dans la conduite. En déduire la loi de Jurin.

Problème II

On considère une conduite cylindrique d'axe horizontal, de longueur L et de rayon intérieur R . Cette conduite est remplie d'un fluide incompressible de masse volumique ρ et soumis au seul champ de pesanteur $\vec{g}$ supposé uniforme. La température est maintenue toujours uniforme. On considère au sein de ce fluide, un volume cylindrique C de même axe Oy et de rayon r , compris entre les plans de section droite passant par les points A et B distants de L .

On s'intéresse à un fluide visqueux : on admet qu'au sein d'un tel fluide il existe une force de frottement qui s'oppose au glissement d'une couche de fluide par rapport à une autre de vitesse différente. Sur la surface latérale S du cylindre C défini précédemment s'exerce donc une force de frottement visqueux dont la norme est :

$$\|\vec{F}_{fv}\| = S \mu \left| \frac{dv}{dr} \right| \text{ où } \mu \text{ est la viscosité dynamique du fluide.}$$



1- On considère un écoulement en régime permanent de ce fluide visqueux dans la conduite cylindrique. Du fait de sa viscosité sa vitesse, qui est parallèle à l'axe Oy , devient une fonction $V(r)$ telle que $V(R) = 0$ et $V(0) = V_{axe}$.

1.1- Quelles sont les forces de pressions $\vec{F}_A$ et $\vec{F}_B$ qui s'exercent sur les deux sections, du cylindre C , de centres respectifs A et B .

1.2- On suppose que le fluide considéré est en mouvement uniforme. En appliquant le principe fondamentale de la dynamique du cylindre C (sur l'axe Oy), établir l'équation différentielle en régime permanent :

$$\frac{dV}{dr} = - \frac{P_A - P_B}{2 L \mu} r$$

1.3- Déterminer le profil de vitesse caractérisé par la fonction $V(r)$. Représenter graphiquement ce profil.

2- Calcul du débit volumique Q_v du fluide.

2.1- Quelle est le débit élémentaire dQ_v du fluide s'écoulant entre deux cylindres de rayons r et $r + dr$.

2.2- Montrer que le débit total est donné par (Loi de Poiseuille) :

$$Q_v = \frac{\pi R^4}{8 \mu} \frac{P_A - P_B}{L}$$

2.3- Déterminer la vitesse moyenne de l'écoulement V_m et comparer sa valeur à la vitesse du fluide sur l'axe du cylindre.

3- Dans cette partie on s'intéresse à l'étude des pertes d'énergie engendrées par les frottements visqueux le long de la conduite de longueur L et de section constante.

3.1- En écrivant le théorème de l'énergie cinétique du fluide en écoulement dans la conduite entre deux instants infiniment proches t et $t + dt$, exprimer la variation de l'énergie cinétique du fluide à l'entrée et à la sortie de la conduite.

3.2- Donner l'expression du travail de la force de pesanteur, dW_g .

3.3- Donner l'expression du travail des forces de pression, dW_p .

3.4- En déduire l'expression du travail des forces de frottement visqueux dW_f .

3.5- Montrer que la puissance perdue par frottement visqueux s'écrit :

$$P_f = -L \bar{\omega} Q_v$$

avec $\bar{\omega} = \frac{\Delta P}{L}$ représente la perte de charge linéique.

4- Pour mesurer le débit en régime stationnaire, on dispose sur une partie horizontale de la conduite présentant localement un étranglement, un "Venturi" constitué de deux prises de pression statique, reliées entre elles par un manomètre à mercure (masse volumique $\rho_{Hg} > \rho$), en U . Les prises sont placées, l'une dans l'étranglement et l'autre avant, mais sur un même axe horizontal. On note P_1 , $d_1 = 2R$, v_1 et P_2 , $d_2 < d_1$ et v_2 les pressions, diamètres, vitesses dans les sections 1 et 2.

4.1- Représenter le dispositif "Venturi" sur une figure simple et l'annotée, placer le tube en U et indiquer la dénivellation h de la colonne de mercure.

4.2- Montrer que la mesure de cette dénivellation h permet la détermination du débit volumique Q_v de cette pompe, telle que :

$$Q_v = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2 g h \left(1 - \frac{\rho_{Hg}}{\rho}\right)}{1 - \frac{d_1^4}{d_2^4}}}$$

5- Application

Le fluide en écoulement dans la conduite est de l'eau :

5.1- Calculer le débit Q_v dans le cas où $h = 9,8 \text{ cm}$, $d_1 = 12 \text{ cm}$, $d_2 = 6 \text{ cm}$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$. La densité du mercure par rapport à l'eau est de 13,6.

5.2- Calculer la vitesse moyenne dans la conduite principale.

5.3- Calculer la perte de charge linéique pour une longueur de la conduite $L = 2 \text{ m}$. Déduire la puissance perdue par frottement visqueux sur cette longueur.

La viscosité dynamique de l'eau est $\mu = 10^{-3} \text{ Pl}$.

5.4- Calculer le nombre de Reynolds Re .