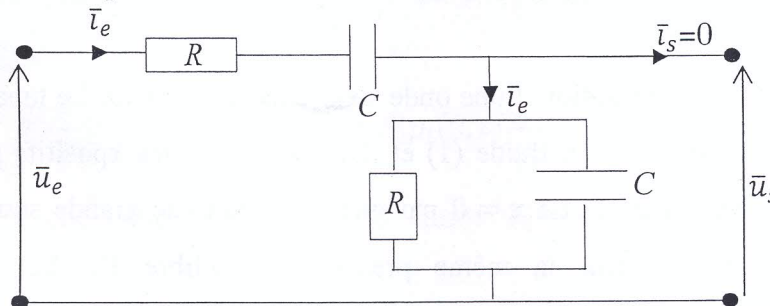


DEVOIR DE SYNTHESE DE PHYSIQUE – 2^{ème} Semestre(2^{ème} Année de Préparation Biologie - Géologie)Lundi 27 Mai 2019 de 8^h30 à 11^h30**Exercice 1 : Pont de Wien**

Soit le circuit de la figure 1, appelé pont de Wien. Ce quadripôle de courant de sortie nul ($\bar{i}_s = 0$) est alimenté par une source de tension sinusoïdale $u_e(t) = U_{em} \cos \omega t$.

**Figure 1**

1- Sans faire de calcul, déterminer la nature du filtre réalisé par ce circuit.

2-a- Représenter un circuit équivalent de ce quadripôle.

b- Montrer que la fonction de transfert $\bar{H}(j\omega)$ de ce quadripôle peut se mettre sous la forme :

$$\bar{H}(j\omega) = \frac{1}{3 + j(RC\omega - \frac{1}{RC\omega})}$$

c- La mettre sous la forme canonique :

$$\bar{H}(jx) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

Avec $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite. Préciser les expressions de la pulsation caractéristique ω_0 et

le facteur de qualité Q du circuit, ainsi que H_0 .

3-a-Déterminer le gain $G(x)$ de ce filtre. Que vaut le gain maximum G_{max} .

b- Déterminer les pulsations réduites de coupure x_1 et x_2 ($x_1 < x_2$, x_1 et x_2 positifs) de ce filtre.

d- Dédire que la bande passante $\Delta\omega$ de ce filtre s'écrit : $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = 3\omega_0$

4-a- Montrer que déphasage $\varphi(x)$ de $u_s(t)$ par rapport à $u_e(t)$ peut se mettre sous la forme :

$$\varphi(x) = \arctg \left[\frac{x - \frac{1}{x}}{3} \right]$$

b- Que vaut $\varphi(x = 1)$ et les déphasages $\varphi(x_1)$ et $\varphi(x_2)$?

5- Tracer l'allure des graphes de G et de φ en fonction de x .

Exercice 2 : Réflexion et transmission d'une onde sonore

Soit un fluide de masse volumique ρ_0 et de pression P_0 à l'équilibre. On s'intéresse à des situations hors équilibre unidimensionnelles, la pression étant $P = P_0 + p(x, t)$ et la distribution de vitesse $\vec{v} = v(x, t)\vec{e}_x$.

1- Soit une onde progressive de la forme $v(x, t) = f(x - ct)$ se propageant dans un milieu de masse volumique ρ_0 . Donner le rapport $Z = \frac{P}{v}$ que l'on appelle impédance acoustique du milieu.

2- On étudie maintenant la propagation d'une onde sonore dans un tuyau. Ce tuyau est rempli dans la région des x négatifs par un fluide (1) et dans la région des x positifs par un autre fluide (2) ; ces fluides sont séparés en $x = 0$ par une membrane de grande souplesse et de masse négligeable ; ils possèdent la même pression d'équilibre P_0 . Les impédances acoustiques et les célérités des deux fluides prennent respectivement les valeurs Z_1, c_1 , et Z_2, c_2 (Figure 2).

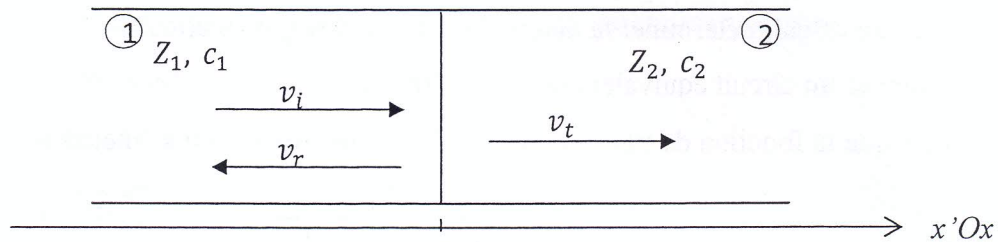


Figure 2

Dans le domaine $x < 0$, une onde progressive $v_i(x, t)$ se propage dans le sens des x croissants, soit $v_i(x, t) = v_i(x - c_1 t)$. On constate qu'en général il existe une onde réfléchie $v_r(x, t)$ et une onde transmise $v_t(x, t)$ à l'interface, comme représentées sur la figure 2.

a- Ecrire et justifier l'équation de continuité des vitesses des particules de fluide de part et d'autre de l'interface.

b- Pourquoi y a-t-il également continuité de la surpression ? Ecrire son équation.

3- On définit les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude pour la vitesse acoustique de l'onde incidente à l'interface comme : $r_v = \frac{v_r(0, t)}{v_i(0, t)}$ et $t_v = \frac{v_t(0, t)}{v_i(0, t)}$.

Exprimer R et T en fonction de Z_1 et Z_2 sachant que $R = \left| \frac{v_r(0, t)}{v_i(0, t)} \right|^2$ et $T = 1 - R$.

Ret T sont les coefficients de réflexion et de transmission de l'énergie acoustique de l'onde incidente à l'interface.

4- On reprend l'étude précédente, mais avec une interface constituée d'une paroi rigide, mobile (à la vitesse V) sans frottement, de section S égale à celle du tube et de masse M , dont on négligera l'épaisseur (Figure 3).

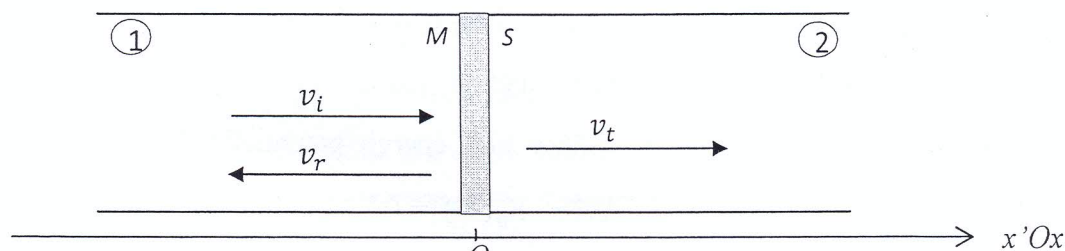


Figure 3

a- Quelle relation de continuité obtenue en 2 est conservée ?

b- Par application du principe fondamentale de la dynamique, montrer que la relation de continuité modifiée peut se mettre sous la forme :

$$M \frac{d}{dt} [v_i(0, t) + v_r(0, t)] = S[p_i(0, t) + p_r(0, t) - p_t(0, t)]$$

5- On considère une onde incidente de la forme $\bar{v}_i(x, t) = \bar{A}_i e^{j(\omega t - \frac{\omega}{c_1}x)}$, $\bar{A}_i$ étant son amplitude complexe.

a- Préciser l'expression de l'onde réfléchie $\bar{v}_r(x, t)$ et celle de l'onde transmise $\bar{v}_t(x, t)$; on désignera leurs amplitudes complexes respectivement par $\bar{A}_r$ et $\bar{A}_t$.

b- On définit les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude $\bar{r} = \frac{\bar{A}_r}{\bar{A}_i}$ et $\bar{t} = \frac{\bar{A}_t}{\bar{A}_i}$ et en intensité $R = |\bar{r}|^2$.

Montrer que le coefficient $\bar{r}$ peut se mettre sous la forme :

$$\bar{r} = \frac{Z_1 - Z_2 - j\omega \frac{M}{S}}{Z_1 + Z_2 + j\omega \frac{M}{S}}$$

c- Dédurre que l'expression de R est formellement identique à celle obtenue en 3 en remplaçant Z_2 par une impédance $\bar{Z}'_2$ que l'on déterminera.

d- Comment évoluent R et T avec ω ? Quelle est l'influence de la masse sur le coefficient de réflexion ?

Exercice 3 : Force centrale

Un point matériel M de masse m est soumis, dans un référentiel galiléen R , à une force centrale $\vec{F}$ d'expression :

$$\vec{F} = -\frac{a}{r^3} \vec{e}_r, \text{ avec } a \text{ une constante positive et le vecteur position } \overrightarrow{OM} = \vec{r} = r \vec{e}_r.$$

1- Montrer que le moment cinétique $\vec{L}_{O/R}(M) = \overrightarrow{Cte}$.

2- Déterminer la vitesse du point matériel M ainsi que le moment cinétique $\vec{L}_{O/R}(M)$ et déduire que la constante des aires C s'écrit : $C = r^2 \dot{\theta}$.

3- Déduire que le mouvement est plan et déterminer le plan de la trajectoire.

4- Par application du théorème de l'énergie cinétique montrer que le système est conservatif.

5- Calculer le travail de la force $\vec{F}$ et déduire que l'énergie potentielle E_p dont dérive la force $\vec{F}$ vérifie l'équation : $E_p(r) = -\frac{a}{2r^2}$. Avec : $E_p(\infty) = 0$.

6- Montrer que l'énergie mécanique E_m s'écrit :

$$E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \frac{m C^2}{r^2} + E_p(r)$$

7- Compte tenu des conditions initiales, M est à la position M_0 telle que : $\overrightarrow{OM}_0 = r_0 \vec{e}_x$ et la vitesse $\vec{v}_0 = v_0(\cos(\alpha) \vec{e}_x + \sin(\alpha) \vec{e}_y)$.

a- Montrer que la constante des aires C s'écrit : $C = r^2 \dot{\theta} = r_0 v_0 \sin(\alpha)$

b- Déduire que l'énergie potentielle effective $E_{p,eff}$ est :

$$E_{p,eff}(r) = \frac{m(r_0 v_0 \sin(\alpha))^2 - a}{2r^2}$$

8- Par application de la conservation de l'énergie mécanique, déterminer une condition sur v_0 pour que le système soit dans un état de diffusion.

9- La particule est dans un état de diffusion et $\alpha = \pi/2$.

a- Etablir que : $\dot{r} = \frac{v_0 r_0}{r^2} \frac{dr}{d\theta}$.

b- on suppose que $u(\theta) = \frac{1}{r(\theta)}$, déduire que : $\dot{r}(\theta) = -v_0 r_0 \frac{du(\theta)}{d\theta}$.

c- Exprimer l'expression de l'énergie mécanique en fonction de la variable $u(\theta)$ et de $\frac{du(\theta)}{d\theta}$.

d- En déduire que $u(\theta)$ vérifie l'équation : $\frac{d^2 u(\theta)}{d\theta^2} + \eta^2 u(\theta) = 0$. Avec : $\eta^2 = 1 - \frac{a}{m v_0^2 r_0^2}$

e- Donner la solution générale de cette équation différentielle.

f- Compte tenu des conditions initiales ($u(0) = \frac{1}{r_0}$ et $\frac{du(0)}{d\theta} = 0$), montrer que la trajectoire du

point matériel M vérifie l'équation polaire suivante : $r(\theta) = \frac{r_0}{\cos(\eta\theta)}$