

Épreuve de Physique

(2<sup>ème</sup> Année de Préparation Biologie - Géologie)

Mardi 02 Février 2021 de 8h30 à 11h30

**Problème 1 : (DEVOIR DE CONTROLE)**

Ce problème a pour objectif l'étude du système liquide-vapeur de l'eau et son utilisation dans le circuit secondaire des centrales nucléaires. L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes :

| $\theta (^{\circ}\text{C})$ | $P_s$ (bar) | Liquide saturant                      |                               | Vapeur saturante                      |                               |
|-----------------------------|-------------|---------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|
|                             |             | $v_L$ ( $\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$ ) | $h_L$ ( $\text{kJ kg}^{-1}$ ) | $v_G$ ( $\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$ ) | $h_G$ ( $\text{kJ kg}^{-1}$ ) |
| 35                          | 0,056       | $1,00 \cdot 10^{-3}$                  | 146,34                        | 25,24                                 | 2560,67                       |
| 50                          | 0,123       | $1,01 \cdot 10^{-3}$                  | 208,96                        | 12,04                                 | 2587,42                       |
| 100                         | 1,013       | $1,04 \cdot 10^{-3}$                  | 418,42                        | 1,673                                 | 2671,44                       |
| 185                         | 11,238      | $1,13 \cdot 10^{-3}$                  | 784,17                        | 0,174                                 | 2778,03                       |
| 285                         | 69,200      | $1,35 \cdot 10^{-3}$                  | 1261,11                       | 0,028                                 | 2768,83                       |

$\theta$  : Température en degré Celsius

$P_s$  : Pression de vapeur saturante

$v_L$  : Volume massique du liquide saturant

$h_L$  : Enthalpie massique du liquide saturant

$v_G$  : Volume massique de la vapeur saturante

$h_G$  : Enthalpie massique de la vapeur saturante

**Partie I : Diagramme de Clapeyron ( $P, v$ ) du système liquide-vapeur de l'eau**

On désigne par  $P$  la pression du système liquide-vapeur et par  $v$  son volume massique

- 1- Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron ( $P, v$ ) de l'eau. On prendra soin de préciser la position du point critique C, les domaines liquide (L), liquide + vapeur (L+V), et vapeur (V).
- 2- Représenter sur le diagramme précédent :
  - a- L'allure de l'isotherme critique  $T_c$  et préciser ses caractéristiques.
  - b- L'allure d'une isotherme  $T < T_c$  et justifier la présence d'un palier sur cette isotherme.
- 3- On rappelle que le titre massique en vapeur  $x$  d'un système liquide-vapeur est égal au rapport entre la masse  $m_G$  d'eau à l'état vapeur saturante et la masse totale  $m$  du système. On désigne, respectivement par :  $v_m$  et  $h_m$ , le volume massique et l'enthalpie massique du système liquide-vapeur.

Montrer que le titre massique en vapeur  $x$  est donné par l'une quelconque des relations ci-dessous :

$$x = \frac{v_m - v_L}{v_G - v_L} \quad \text{et} \quad x = \frac{h_m - h_L}{h_G - h_L}$$

- 4- On désigne par  $l_v(T)$  la chaleur latente massique de vaporisation à la température  $T$ . Rappeler la relation reliant  $l_v(T)$  à  $h_G(T)$  et  $h_L(T)$ .

## Partie II : Détente adiabatique réversible d'un système liquide-vapeur

On dispose d'un cylindre indéformable muni d'un piston. Le cylindre et le piston ont des parois calorifugées. L'entropie massique d'un système liquide-vapeur, de titre massique en vapeur  $x$ , en équilibre à la température  $T$  est donnée par la relation :  $s(x, T) = c_L \ln T + \frac{l_v(T)x}{T} + cste$ , dans laquelle  $c_L$  désigne la capacité thermique massique du liquide saturant. Le piston est, initialement, fixé dans une position qui délimite un volume  $V = 10$  litres dans le cylindre.

L'introduction d'une masse  $m = 10$  g d'eau dans le cylindre permet d'obtenir un système liquide-vapeur en équilibre à la température  $\theta = 100$  °C.

5- Calculer le titre massique en vapeur  $x$  de ce système tout en négligeant le volume d'eau liquide par rapport à celui de l'eau vapeur considéré comme gaz parfait.

6- On fait subir au système liquide-vapeur défini ci-dessus une détente adiabatique réversible de la température  $\theta$  à la température  $\theta' = 50$  °C.

Sachant que  $c_L$  reste constante au cours de cette détente et égale à  $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , calculer le titre massique en vapeur  $x'$  du système liquide-vapeur à la fin de la détente.

7- Quel titre massique en vapeur  $x''$  aurait-on du avoir, à la température  $\theta = 100$  °C, pour qu'au cours de la détente définie ci-dessus (question 6) ce titre reste constant ( $s(x'', \theta) = s(x'', \theta')$ ) ?

Dans la suite du problème tous les calculs se rapportent à une masse  $m = 1$  kg de fluide. La capacité thermique massique  $c_L$  du liquide est constante et vaut  $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . Le coefficient de dilatation isobare  $\alpha$  de l'eau liquide, supposé constant, vaut  $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

## Partie III : Modèle de fonctionnement d'une turbine à vapeur. Cycle de Rankine.

Le circuit secondaire d'une centrale nucléaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (Figure 1). Les transformations subies par l'eau dans ce circuit sont modélisées par le cycle de Rankine décrit ci-dessous :

- A→B : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression  $P_1 = 0,056$  bar à la pression  $P_2 = 69,200$  bar, du liquide saturant sortant du condenseur à la pression  $P_1$  (état A). Cette transformation entraîne une élévation  $\Delta T$  de la température du liquide.
- B→D : échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène le liquide de l'état B à l'état de liquide saturant sous la pression  $P_2$  (état D).
- D→E : vaporisation totale, dans le générateur de vapeur sous la pression  $P_2$ .
- E→F : détente adiabatique réversible, dans la turbine de  $P_2$  à  $P_1$ .
- F→A : liquéfaction totale, dans le condenseur, sous la pression  $P_1$ , de la vapeur présente dans l'état F.

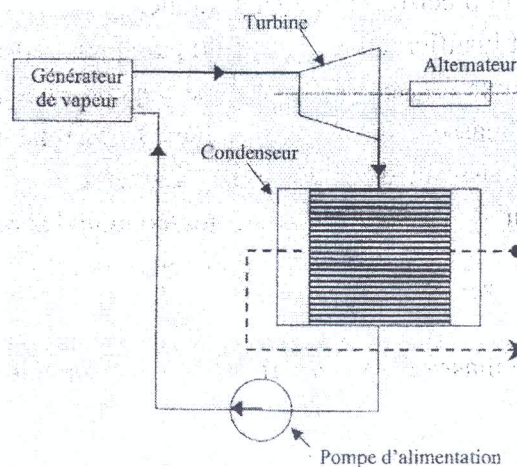


Figure 1

- 8- Représenter le cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron ( $P, v$ )
- 9- La différentielle de l'entropie massique du liquide s'écrit, en fonction des variables  $T$  et  $P$  :

$$ds = c_L \frac{dT}{T} - \alpha v_L dP$$

On note  $\Delta T = T - T_1$  l'élévation de la température du liquide dans la pompe d'alimentation. Sachant que  $\Delta T \ll T_1$ , calculer  $\Delta T$ . On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible et que son volume massique  $v_L$  vaut  $10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .

***Dans la suite du problème, on négligera  $\Delta T$ .***

- 10- Calculer le titre  $x_F$  et l'enthalpie massique  $h_{mF}$  du système liquide-vapeur sortant de la turbine (état F).
- 11- Calculer les quantités d'énergie  $Q_1$  et  $Q_2$  reçues par 1 kg d'eau, par transfert thermique, respectivement, dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.
- 12- Calculer le travail  $W$  reçu, par un kg de fluide, au cours du cycle.
- 13- Calculer l'efficacité  $\rho$  (ou rendement thermodynamique) du cycle. Comparer cette efficacité à celle  $\rho_c$  du cycle de Carnot décrit par les mêmes températures extrêmes  $T_1$  et  $T_2$ .
- 14- Calculer la variation d'enthalpie  $\Delta h_{AB}$  du liquide au cours de la compression AB. On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible et que son volume massique  $v_L$  vaut  $10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ .
- 15- Dans le calcul du bilan enthalpique du fluide au cours du cycle, on peut négliger la variation d'enthalpie  $\Delta h_{AB}$ . Montrer, alors, que le travail  $W$  peut s'exprimer en fonction des enthalpies massique du fluide à l'entrée et à la sortie de la turbine.