

Département des Etudes Préparatoires
aux Concours de Technologie

Épreuve de Physique
(2^{ème} Année de Préparation Biologie - Géologie)
Lundi 15 Décembre 2025 de 8h30 à 11h30
DEVOIR DE SYNTHESE - 1^{ère} semestre



Exercice 1 : Étude du système liquide-vapeur

L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes :

T en °C	Pression saturante P_s en bar	Liquide saturant		Vapeur saturante	
		$v_L : m^3 kg^{-1}$	$h_L : kJ kg^{-1}$	$v_G : m^3 kg^{-1}$	$h_G : kJ kg^{-1}$
35	0,056	$1,00 \cdot 10^{-3}$	146,34	25,24	2560,67
50	0,123	$1,01 \cdot 10^{-3}$	208,96	12,04	2587,42
100	1,013	$1,04 \cdot 10^{-3}$	418,42	1,673	2671,44
185	11,238	$1,13 \cdot 10^{-3}$	784,17	0,174	2778,03
285	69,200	$1,35 \cdot 10^{-3}$	1261,11	0,028	2768,83

v_L : Volume massique du liquide saturant, v_G : Volume massique de la vapeur saturante, h_L : Enthalpie massique du liquide saturant et h_G : Enthalpie massique de la vapeur saturante.

La capacité thermique massique c_L du liquide est constante : $c_L = 4,18 kJ kg^{-1} K^{-1}$.

Le coefficient de dilatation isobare $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-4} K^{-1}$ de l'eau liquide, supposé constant.

Tous les calculs se rapporteront à une masse $m = 1 kg$ de fluide.

I- Donner l'allure du diagramme d'état (P, T) de l'eau pure pouvant exister sous trois phases.

II- Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron $P(v)$ de l'eau. Préciser sur ce diagramme le point critique C , les domaines liquide (L), liquide + vapeur ($L + V$) et vapeur (V). Tracer l'allure de deux isothermes : l'isotherme critique $T = T_C$ et l'autre pour $T < T_C$.

III- On désigne respectivement par : v_m , h_m et s_m le volume massique, l'enthalpie massique et l'entropie massique du système liquide-vapeur. La règle des moments permet de déterminer certaines grandeurs thermodynamiques en fonction du titre massique en vapeur x et de leurs valeurs à la saturation. Par exemple : $v_m = x v_G + (1 - x) v_L$.

Montrer que le titre massique en vapeur x est donné par l'une des relations suivantes :

$$x = \frac{v_m - v_L}{v_G - v_L} \quad ; \quad x = \frac{h_m - h_L}{h_G - h_L} \quad ; \quad x = \frac{s_m - s_L}{s_G - s_L}$$

IV- On désigne par $L_V(T)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T . Rappeler la relation reliant $L_V(T)$ à $h_G(T)$ et $h_L(T)$.

V- Le circuit d'une centrale nucléaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur (chaudière), une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (Figure 1).

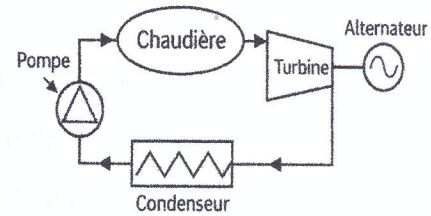


Figure 1

Le cycle subi par l'eau dans ce circuit est modélisé par les transformations suivantes :

A → B : Compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression $P_1 = 0,056 \text{ bar}$ à la pression $P_2 = 69,200 \text{ bar}$, du liquide saturant sortant du condenseur à la pression P_1 (état A). Cette compression entraîne une élévation ΔT de la température du liquide.

B → D : Échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène le liquide de l'état B à l'état de liquide saturant sous la pression P_2 (état D) avec une entropie massique $s = 3,114 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

D → E : Vaporisation totale, dans le générateur de vapeur, sous la pression P_2 .

E → F : Détente adiabatique réversible, dans la turbine, de P_2 à P_1 avec une entropie massique $s = 5,82 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

F → A : Liquéfaction totale, dans le condenseur, sous la pression P_1 , de la vapeur présente dans l'état F.

V.1- Représenter l'allure du cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron (P, v).

V.2- En se basant sur les données du tableau précédent et à partir des transformations cycliques subies par l'eau, reprendre le tableau suivant sur votre copie et le compléter.

	$P \text{ (en bar)}$	$v \text{ (m}^3 \text{ kg}^{-1}\text{)}$	$T \text{ (}^\circ\text{C)}$	$s \text{ (kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{)}$	$h \text{ (kJ kg}^{-1}\text{)}$
A	0,056	$1,00 \cdot 10^{-3}$	35	0,5051	146,34
B	69,200	$1,00 \cdot 10^{-3}$	35,08		148
D		$1,35 \cdot 10^{-3}$			
E					
F					

V.3- Sur un diagramme entropique (T, s), représenter les points A, B, D, E et F du cycle décrit par l'eau.

V.4- La différentielle de l'entropie massique du liquide s'écrit, en fonction des variables T et P : $ds = c_L \frac{dT}{T} - \alpha v_L dP$. c_L : Capacité thermique massique du liquide saturant.

V.4.a- On note que : $\Delta T = T_2 - T_1$, l'élévation de température du liquide dans la pompe d'alimentation. En intégrant l'expression de ds entre l'état $A (P_1; T_1)$ et l'état $B (P_2; T_1 + \Delta T)$, établir l'expression de ΔT , sachant que pour $\Delta T \ll T_1$ on a :

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_1} \right) \approx \varepsilon \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \frac{\Delta T}{T_1}$$

V.4.b- Calculer ΔT . Conclure.

On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible. Son volume massique v_L vaut $10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$. On donne : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

V.5- Calculer le titre x_F puis retrouver l'enthalpie massique h_{mF} et le volume massique v_{mF} du système liquide-vapeur sortant de la turbine (état F). On rappelle que l'entropie massique d'un système liquide-vapeur, de titre massique x , en équilibre à la température T est donnée par la relation : $s(x, T) = c_L \ln(T) + \frac{x}{T} L_V(T)$

V.6- Calculer les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 échangées par 1 kg d'eau, dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.

V.7- Calculer le travail W reçu, par 1 kg de fluide au cours du cycle.

V.8- Calculer le rendement η du cycle.

Exercice 2 : Transport de charges électriques

Un conducteur métallique cylindrique, d'axe $x'x$, dont les charges mobiles sont les électrons, de charge $q = -e$ et animés d'une vitesse d'ensemble $\vec{v}(t)$, est soumis à l'action d'un champ électrique uniforme, constant $\vec{E}$ colinéaire et de même sens que le vecteur unitaire $\vec{e}_x$. Ce champ électrique est appliqué à partir de l'instant initial $t = 0$. Par ailleurs, les électrons subissent l'action d'une force de frottement de type fluide : $\vec{f} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}(t)$.

Avec τ constante physique positive et m la masse de l'électron. Les forces de pesanteur sont négligées.

I- Les porteurs de charge atteignent, en régime permanent, une vitesse moyenne limitée.

I.1- Chercher l'unité ou la dimension de la constante τ .

I.2- En appliquant, à l'électron, le principe fondamental de la dynamique, établir une équation différentielle qui relie la vitesse $\vec{v}(t)$ au temps t .

I.3- La vitesse étant colinéaire à $\vec{e}_x$, déterminer l'expression de la vitesse algébrique de v en fonction du temps t sous la forme :

$$v(t) = -\frac{e E \tau}{m} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$$

Sachant que dans ce mouvement, à l'instant initial, $v(t = 0)$ est nulle.

I.4- Montrer que $v(t)$ tend vers une valeur limite v_{lim} . En régime permanent, le vecteur vitesse s'écrit donc $\vec{v}_{lim} = \mu \vec{E}$. Exprimer la mobilité μ en fonction de m , e et τ .

I.5- Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $v(t)$.

I.6- **Application numérique** : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $\tau = 3 \times 10^{-14} \text{ U.S.I.}$; $E = 10^{-1} \text{ V m}^{-1}$.

I.6.a- Calculer v_{lim} .

I.6.b- Calculer le temps au bout duquel v atteint la valeur $0,99 v_{lim}$. Commenter ce résultat.

II- Les électrons possèdent la vitesse d'ensemble v_{lim} (en régime permanent), $\vec{j}$, vecteur densité de courant électrique, est un vecteur de direction donnée par la vitesse moyenne des porteurs de charge et de norme la valeur absolue de la charge électrique traversant une surface unité et perpendiculaire à $\vec{v}$ par unité de temps. N^* est le nombre d'électrons mobiles par unité de volume, valeur uniforme dans le conducteur.

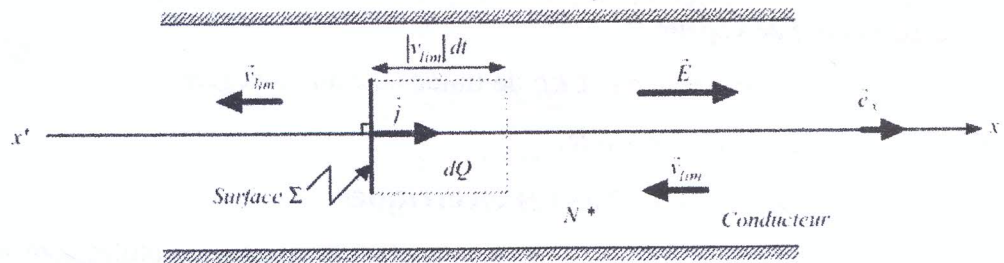


Figure 2

II.1- Exprimer la charge élémentaire $|dQ|$ qui traverse, pendant la durée dt , la surface plane Σ orthogonale au vecteur $\vec{v}_{lim}$ (Figure 2).

II.2- En déduire, en fonction de N^* , $|v_{lim}|$ et e , l'expression de la norme $\|\vec{j}\|$ du vecteur densité de courant.

II.3- Montrer que cette conduction électrique satisfait la loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, expression dans laquelle σ est la conductivité électrique du milieu. Exprimer la conductivité σ en fonction de N^* , e , m et τ .

II.4- **Application numérique** : $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $\tau = 3 \times 10^{-14} \text{ U.S.I.}$; $N^* = 8,5 \times 10^{28} \text{ électrons m}^{-3}$.

Calculer la conductivité σ d'un métal.

III- Un fil cylindrique métallique homogène AB de section droite d'aire S constante et de longueur L est soumis à une tension $u = V_A - V_B$, positive, est parcouru par un courant d'intensité I en régime permanent (Figure 3).

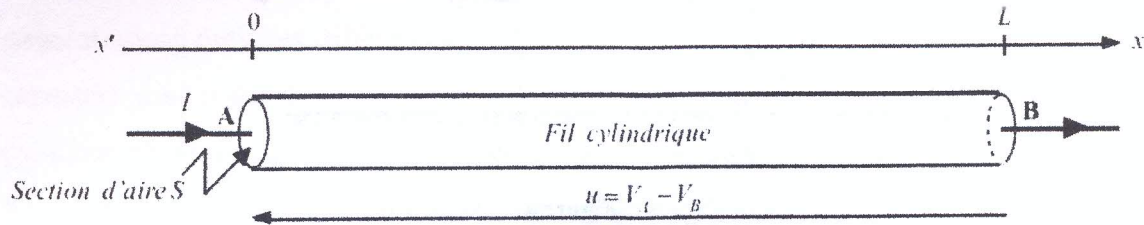


Figure 3

III.1- Rappeler la relation entre le champ électrique $\vec{E}(M)$ et le potentiel $V(M)$. Écrire cette relation dans le cadre d'une situation unidimensionnelle (variable x).

III.2- Sachant que I représente le flux de $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ à travers la section d'aire S , exprimer $\frac{dV(x)}{dx}$ en fonction de I , σ et S .

III.3- En déduire l'expression de la résistance électrique R_{el} du fil AB en fonction de σ , L et S .

Exercice 3 : Conduction thermique

Un barreau cylindrique, noté $(\mathcal{B})$, homogène, d'axe $x'x$, de masse volumique ρ , de longueur L et de section d'aire S présente une conductivité thermique λ constante. Sa paroi latérale est parfaitement calorifugée par un isolant de capacité thermique négligeable. Les extrémités de $(\mathcal{B})$ sont maintenues, grâce à deux sources, à des températures $T_1(x=0)$ et $T_2(x=L)$ constantes. Le matériau est le siège d'une conduction thermique unidirectionnelle et unidirectionnelle. Le régime est permanent et stationnaire. Soit Φ_{th} , le flux thermique qui traverse une section d'aire S . Le vecteur associé à ce flux est le vecteur densité de courant thermique $\vec{j}_{th}$ lié à la température par la loi de Fourier.

I- Les températures des sections terminales sont différentes : $T_1(x=0) > T_2(x=L)$. Aucune énergie thermique n'est créée dans le matériau.

I.1- Rappeler la loi de Fourier et le sens de la diffusion thermique à l'intérieur du barreau.

I.2- Proposer un bilan de puissance thermique en raisonnant sur une tranche élémentaire de matériau d'épaisseur dx , comprise entre x et $x + dx$ (Figure 4) et sans terme de création.

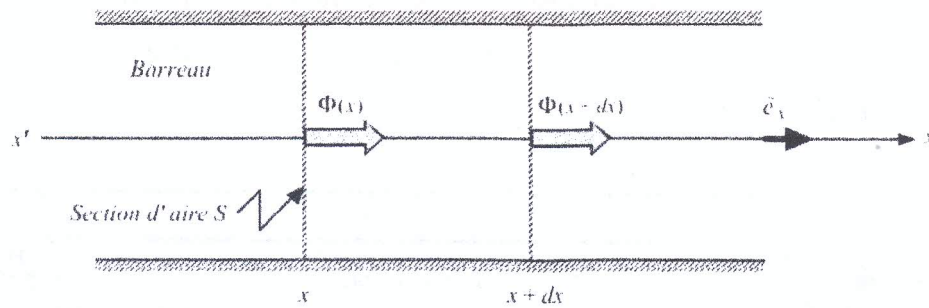


Figure 4

I.3- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$.

I.4- Etablir la fonction de distribution $T(x)$ des températures à l'intérieur du barreau.

I.5- Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(x)$, pour $0 \leq x \leq L$.

I.6- Par analogie avec la loi d'Ohm, exprimer l'expression de la résistance thermique R_{th} en fonction des données de l'énoncé.

II- Le barreau contient maintenant une substance radioactive qui libère, uniformément dans tout le matériau conducteur, une puissance thermique volumique constante p_v .

II.1- Exprimer la puissance thermique dP , engendrée par radioactivité dans la tranche élémentaire d'épaisseur dx , en fonction des grandeurs p_v , S et dx .

II.2- Effectuer, sur cette tranche élémentaire un bilan de puissance thermique.

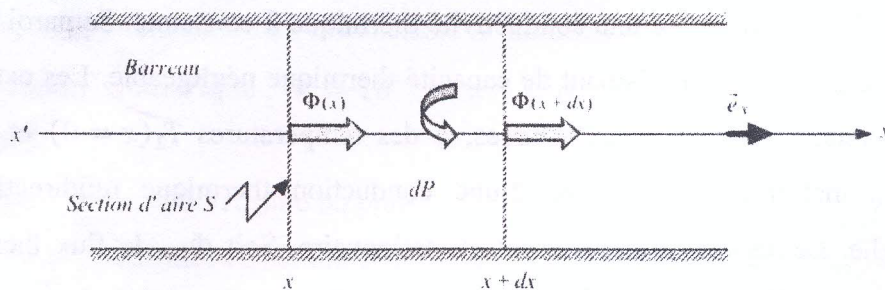


Figure 5

II.3- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $T(x)$.

II.4- Etablir la fonction de distribution $T(x)$ des températures à l'intérieur du barreau.

II.5- Les températures des sections terminales sont maintenues identiques : $T_1 = T_2 = T_0$.

II.5.a- Déterminer la valeur x_m de x pour la quelle $T(x_m) = T_m$ est maximale.

II.5.b- Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $T(x)$, pour $0 \leq x \leq L$.

II.5.c- Préciser le(s) sens de la diffusion thermique à l'intérieur du barreau.

II.5.d- **Application numérique :** $L = 2 \text{ m}$; $\lambda = 2,50 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $p_v = 5 \times 10^1 \text{ W m}^{-3}$; $T_0 = 300 \text{ K}$.

Calculer la température T_m .

Exercice 4 : Diffusion moléculaire à travers une membrane

Deux compartiments (C_1) et (C_2), séparés par une membrane verticale poreuse notée (M), sont remplis d'une solution aqueuse contenant le même soluté moléculaire (m) mais à des concentrations molaires différentes c_1 et c_2 , avec $c_1 > c_2$ et $\Delta c = (c_1 - c_2)$. Leurs volumes constants sont notés V_1 et V_2 (Figure 6). Les molécules (m) sont stables et sans action chimique sur le solvant eau. La membrane (M), l'épaisseur L , comporte, par unité de surface, N^* (unité : m^{-2}) pores cylindriques d'axe horizontal normal aux deux parois verticales. Chacune de ces deux faces est en contact avec la solution aqueuse sur une surface S .

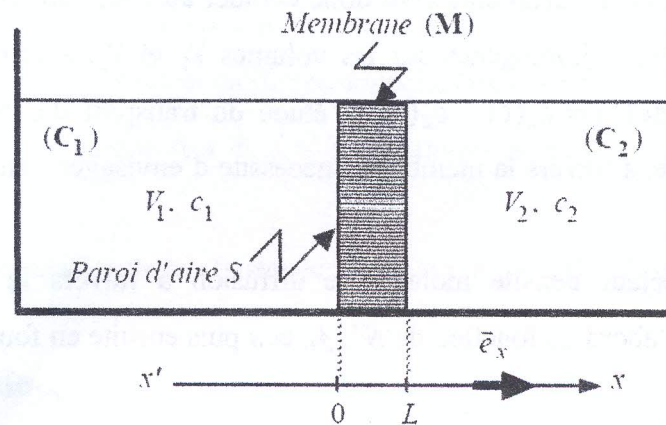


Figure 6

Les pores (ou capillaires) sont supposés identiques. Dans chacun d'eux s'établit un flux macroscopique unidimensionnel et unidirectionnel de molécules (m). Le régime est permanent.

Ce phénomène de diffusion à l'intérieur d'un capillaire notée (p), est conforme à la loi de Fick de constante de diffusion D et de vecteur densité molaire de diffusion $\vec{j}_p$.

Aucun courant d'eau ne circule dans les capillaires : le solvant y est supposé sans turbulences. L'influence de la température et des forces de pression est négligée.

I- La diffusion des molécules (m) est étudiée à l'intérieur d'un seul pore (p), de section droite d'aire s et de longueur L . Dans ce paragraphe, les volumes V_1 et V_2 sont considérés comme infinis : les concentrations c_1 et c_2 des solutions sont supposées constantes et uniformes.

I.1- Rappeler la loi de Fick et le sens de la diffusion moléculaire à l'intérieur du capillaire.

I.2- Conformément à la loi de Fick, la concentration $c(x)$ en molécules (m), à l'intérieur du pore, vérifie l'équation différentielle $\left(\frac{d^2 c(x)}{dx^2}\right) = 0$ (relation qui n'est pas à démontrer).

Aux limites, cette concentration vaut $c(x) = c_1$ pour $x \leq 0$ et $c(x) = c_2$ pour $x \geq L$: établir la fonction de distribution $c(x)$ dans ce capillaire (p).

I.3- En déduire l'expression de j_p , norme du vecteur densité molaire de diffusion à travers (p), en fonction de D , L et Δc .

I.4- Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $c(x)$, pour $0 \leq x \leq L$.

I.5- Soit Φ_p , le flux molaire à l'intérieur du capillaire. Par analogie avec la loi d'Ohm, exprimer la résistance à la diffusion R_{diff} du pore en fonction des données de l'énoncé.

II- Les volumes des compartiments sont maintenant considérés comme finis. Les concentrations dans les compartiments vont donc évoluer au cours du temps. A la date t , les concentrations maintenues homogènes sur les volumes V_1 et V_2 , s'écrivent respectivement $c_1(t)$ et $c_2(t)$. Soit $\Delta c(t) = c_1(t) - c_2(t)$. L'étude du transport des molécules (m) d'un compartiment à l'autre, à travers la membrane, nécessite d'envisager l'ensemble des pores de (M).

II.1- Soit $\vec{j}_M$, le vecteur densité molaire de diffusion à travers la membrane. Etablir l'expression de j_M , d'abord en fonction de N^* , j_p et s puis ensuite en fonction de N^* , D , s , L , et $\Delta c = (c_1 - c_2)$.

II.2- Le vecteur $\vec{j}_M$ se met donc sous la forme $\vec{j}_M = K \Delta c \vec{e}_x$, avec K , constante homogène à une vitesse d'infiltration. Exprimer la constante K en fonction de N^* , D , s et L .

II.3- **Application numérique** : $K = 10^{-4} \text{ m s}^{-1}$; $N^* = 10^{10} \text{ pores m}^{-2}$; $L = 10^{-5} \text{ m}$; $D = 10^{-9} \text{ U.S.I.}$

Calculer l'aire s de la section droite du pore.

II.4- Déterminer la quantité élémentaire de matière dn (nombre de moles positif) transférée d'un compartiment à l'autre, à travers la membrane de surface S et pendant la durée élémentaire dt en fonction de K , Δc , S et dt .

II.5- Exprimer d'une part, $\left(\frac{dc_2(t)}{dt}\right) = \frac{1}{V_2} \left(\frac{dn_2(t)}{dt}\right)$ en fonction de K , S , Δc et V_2 et d'autre part $\left(\frac{dc_1(t)}{dt}\right) = \frac{1}{V_1} \left(\frac{dn_1(t)}{dt}\right)$ en fonction de K , S , Δc et V_1 .

II.6- En posant $\frac{1}{\tau} = K S \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}\right)$, formuler $\left(\frac{d\Delta c(t)}{dt}\right)$ en fonction de Δc et τ .

II.7- Sachant qu'à $t = 0$, $\Delta c(t = 0) = C$ (constante positive), montrer que l'expression de $\Delta c(t)$ s'écrit sous la forme :

$$\Delta c(t) = C \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

VII- Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $\Delta c(t)$.