

DEVOIR DE CONTROLE DES SYSTEMES TECHNIQUES DE L'AUTOMATIQUE

Préparation : MP2, PC2

Date : le 24/02/2017

Durée : 1 h 30 mn



Documents non autorisés

Performances d'un échangeur thermique

Le système représenté par la figure n°1, est chargé de réguler la température $\theta(t)$ d'une enceinte à chauffage indirecte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique. Une vanne permet de réguler le débit $q(t)$ du fluide calorifique dans l'échangeur.

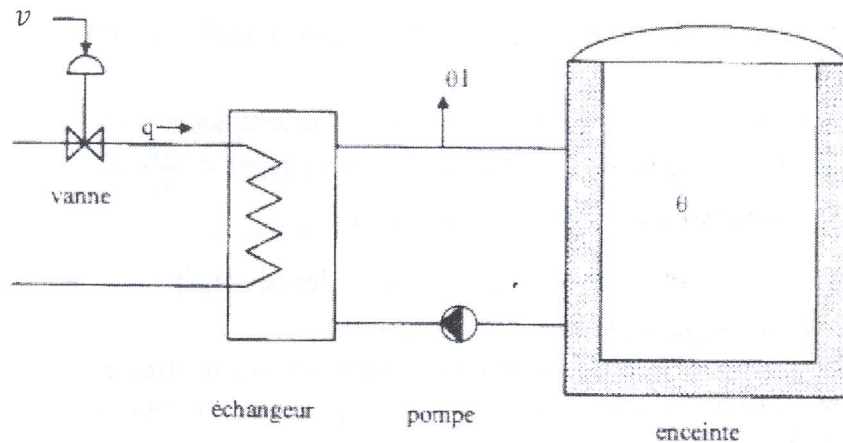


Figure n°1 : Enceinte chauffée

On donne les relations suivantes :

$$q(t) = a \int_0^t v(\tau) d\tau$$

$$\theta_1(t) + \tau_1 \cdot \frac{d\theta_1(t)}{dt} = q(t)$$

$$\theta(t) + \tau_2 \cdot \frac{d\theta(t)}{dt} = b \cdot \theta_1(t)$$

où $v(t)$ est la tension de commande de la vanne, $q(t)$ le débit dans l'échangeur, $\theta_1(p)$ la température en sortie de l'échangeur et $\theta(t)$ la température interne. Leurs transformées de Laplace respectives sont $V(p)$, $Q(p)$, $\theta_1(p)$ et $\theta(p)$. On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles et on posera $\lambda = a \cdot b$.

Pour les applications numériques, on prendra : $\tau_1 = 600s$, $\tau_2 = 6000s$, $b = 20$ U.S.I., $a = 2 \cdot 10^{-4}$ U.S.I.

I. Etude du système en boucle ouverte

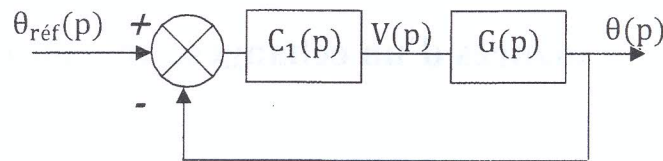
I.1. Calculer les fonctions de transfert $G_0(p) = \frac{Q(p)}{V(p)}$, $G_1(p) = \frac{\theta_1(p)}{Q(p)}$, $G_2(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_1(p)}$.

I.2. Proposer un schéma bloc pour le système, ayant pour entrée $V(p)$ et sortie $\theta(p)$ et en y figurant les fonctions de transferts calculées dans la question précédente.

I.3. Calculer la fonction $G(p) = \frac{\theta(p)}{V(p)}$ en fonction de λ , τ_1 et τ_2 .

II. Système asservi-Correction Proportionnelle

On désire asservir la température θ de l'enceinte. On va donc améliorer les performances du système donné par la fonction de transfert $G(p) = \frac{\theta(p)}{V(p)}$ en utilisant un correcteur proportionnel $C_1(p) = K$ comme le montre le schéma suivant :



Avec $\theta_{\text{réf}}(t)$ est la température de consigne et $\theta_{\text{réf}}(p)$ sa transformée de Laplace.

II.1. Donner l'expression de la fonction de transfert de la boucle fermée $G_{F1}(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_{\text{réf}}(p)}$ en fonction de K , λ , τ_1 et τ_2 .

II.2. Déterminer les conditions de stabilité du système bouclé en fonction de K . Faire l'application numérique.

II.3. Pour déterminer K , on simplifie $G(p)$ de manière à la remplacer dans le schéma bloc par une fonction de transfert de deuxième ordre de la forme : $H(p) = \frac{\theta(p)}{V(p)} = \frac{\lambda}{p(1+\tau_2 p)}$. Expliquer pourquoi cette approximation est justifiée (sans calcul).

- Calculer alors, la fonction de transfert en boucle fermée $H_F(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_{\text{réf}}(p)}$ en fonction de K , λ et τ_2 . Vérifier que $H_F(p)$ est de second ordre.
- Mettre $H_F(p)$ sous la forme canonique et donner ses paramètres caractéristiques (gain statique K_s , facteur d'amortissement ξ et la pulsation propre non amortie ω_0) en fonction de K , λ et τ_2 .

II.5. On désire régler notre système de manière à obtenir un facteur d'amortissement de 0.7. Calculer K pour satisfaire cette performance.

II.6. Pour cette valeur de K , déterminer le temps de réponse à 5% de la valeur finale.

II.7. Pour cette valeur de K , donner la valeur finale (en °C) et calculer la valeur maximale de la température de sortie en réponse à un échelon de température $\theta_{\text{réf}}(t)$ de 20°C. Représenter l'allure de la sortie en y faisant figurer les points importants (valeur finale, échelon d'entrée, dépassement, temps de réponse, erreur statique).

II.8. Avec ce type de correcteur, les perturbations sur la commande (erreur sur la tension v) de type échelon seront-elles rejetées ?

III. Amélioration des performances : Correcteur proportionnel-Dérivée

On ne fait plus d'approximation sur le modèle du système. On considère alors le système du troisième ordre de fonction $G(p)$. On asservit la température θ de l'enceinte en utilisant un correcteur P-D : $C_2(p) = K(1 + T_d p)$.

III.1. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée notée $G_{F2}(p)$ lorsque $T_d = \tau_1$ et montrer que ce choix particulier de T_d revient à effectuer la correction proportionnelle précédente sur le modèle simplifié.

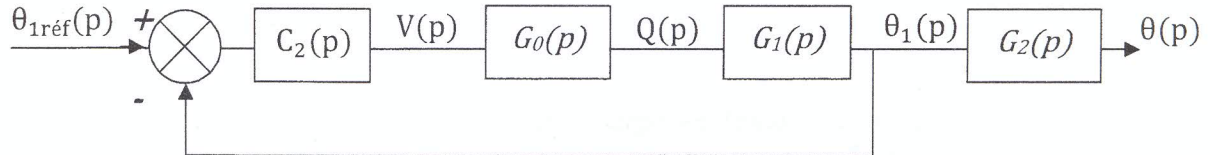
III.2. Avec ce correcteur, à-t-on amélioré le rejet de perturbations de commande ? (sans calcul)

IV. Amélioration des performances : Régulateur PID

On considère le système non simplifié $G(p)$. on va asservir la température en deux étapes successives.

IV.1. Premièrement, on asservit la température θ_1 en utilisant un correcteur P-D :

$C_2(p) = K(1 + T_d \cdot p)$ comme l'indique le schéma suivant :



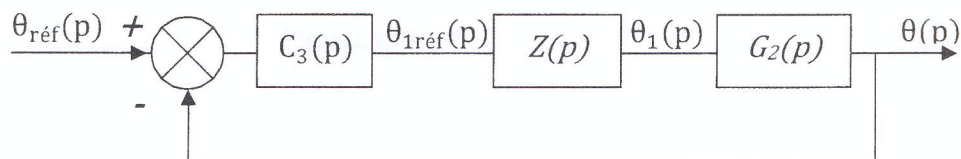
Avec : $G_0(p) = \frac{Q(p)}{V(p)}$, $G_1(p) = \frac{\theta_1(p)}{Q(p)}$, $G_2(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_1(p)}$ sont les fonctions de transfert calculées dans I.1 et $\theta_{1ref}(t)$ est la température de consigne et $\theta_{1ref}(p)$ sa transformée de Laplace.

- Choisir T_d de façon que $Z(p) = \frac{\theta_1(p)}{\theta_{1ref}(p)}$ soit un système de premier ordre de gain statique K' et de constante de temps T' . Exprimer et calculer K' et T' . On conservera cette valeur pour la suite.
- Calculer K pour avoir un temps de réponse de $\theta_1(t)$ égal à τ_1 lorsque $\theta_{1ref}(t)$ est un échelon.

IV.2. On fait ensuite une deuxième boucle avec le correcteur Proportionnel-Intégral :

$$C_3(p) = \frac{K_i(1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p}$$

Le schéma bloc de l'ensemble de l'installation est donné par la figure suivante :



- En choisissant $T_i = \tau_2$, montrer que la fonction de transfert en boucle fermée $G_{F2}(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_{ref}(p)}$ est un système de second ordre. Mettre $G_{F2}(p)$ sous la forme canonique et identifier ses paramètres caractéristiques (gain statique K_s , facteur d'amortissement ξ et la pulsation propre non amortie ω_0) en fonction de K' , T' , K_i , τ_2 et b .
- Calculer la valeur de K_i pour avoir un facteur d'amortissement égal à 0.7.
- Déterminer le nouveau temps de réponse à 5% et comparer le avec la valeur précédente (question II.6.).
- Par rapport au correcteur P-D précédent, a-t-on amélioré des performances ? si oui, donner lesquelles en justifiant.