



Généralités sur les ondes lumineuses

Une source lumineuse ponctuelle située en S émet, de manière pulsée, des trains d'ondes lumineuses supposées de même pulsation ω . Dans le modèle scalaire de la lumière, la fonction de l'onde monochromatique est caractérisée en un point M et à l'instant t par le **signal lumineux** ou **vibration lumineuse** $s(M, t) = a \cdot \cos(\omega t - \varphi(M, t))$, où a est l'amplitude supposée constante de l'onde et $\varphi(M, t)$ son retard de phase par rapport à la source S. La grandeur complexe associée à $s(M, t)$ est le **signal analytique** $\underline{s}(M, t) = a \cdot \exp(j(\omega t - \varphi(M, t)))$ où j est le nombre complexe pour lequel $j^2 = -1$. Le complexe conjugué de $\underline{s}(M, t)$ sera noté $\underline{s}^*(M, t)$.

Le retard de phase $\varphi(M, t)$ peut s'exprimer par $\varphi(M, t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{SM} - \varphi_s(t)$, où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide, L_{SM} est le chemin optique suivi par un rayon lumineux de la source S vers un point M et $\varphi_s(t)$ est la phase initiale de la source. Cette dernière prend une nouvelle valeur aléatoire à chaque nouveau train d'onde.

1°/ La lumière se propage de S à M le long d'un rayon lumineux avec une vitesse, en un point du milieu, $v(P) = \frac{c}{n(P)}$, où $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ est la vitesse de la lumière dans le vide, $n(P)$ est l'indice du milieu au point P. Par définition le chemin optique de S à M est donné par $L_{SM} = \int_S^M n(P) d\ell(P)$, où $d\ell(P)$ est l'élément d'arc de la courbe suivie par la lumière.

- Montrer que L_{SM} peut s'écrire sous la forme $L_{SM} = c \cdot t$, où t est la date d'arrivée de la lumière au point M. Le départ de la lumière de la source est pris comme origine de temps.
- Définir une surface d'onde. Que peut-on dire du chemin optique sur une même surface d'onde ?
- Justifier le caractère d'onde sphérique associé au signal lorsque celui-ci se propage dans un milieu d'indice n constant.
- Énoncer le théorème de Malus.
- Quel instrument optique permet d'obtenir une onde plane à partir d'une source ponctuelle? Illustrer votre réponse à l'aide d'un schéma faisant apparaître les surfaces d'onde.

Généralités sur les interférences lumineuses

2°/ L'intensité lumineuse $I(M)$ est mesurée par un détecteur quadratique placé en M sensible à la valeur moyenne temporelle de $s^2(M, t)$. Il est conventionnellement défini, à une constante multiplicative près, par :

$$I(M) = \langle \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t) \rangle = \langle |\underline{s}(M, t)|^2 \rangle$$

Cette moyenne est effectuée sur un temps de réponse τ_R du détecteur, toujours très grand devant le temps de cohérence temporelle τ_c de la source. Ce temps de cohérence est la durée moyenne de passage des trains d'ondes en un point donné de l'espace.

En un point M de l'espace, se superposent deux vibrations lumineuses provenant respectivement de deux sources ponctuelles S_1 et S_2 d'intensités respectives $I_1 = a_1^2$ et $I_2 = a_2^2$.

$$s_1(M, t) = a_1 \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{\lambda_{01}} L_{S_1 M} - \varphi_{s1}(t)\right) \quad \text{et} \quad s_2(M, t) = a_2 \cos\left(\omega_2 t - \frac{2\pi}{\lambda_{02}} L_{S_2 M} - \varphi_{s2}(t)\right)$$

- Montrer que l'intensité lumineuse au point M s'écrit sous la forme :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \left\langle \cos\left((\omega_2 - \omega_1)t - 2\pi\left(\frac{L_{S_2 M}}{\lambda_{02}} - \frac{L_{S_1 M}}{\lambda_{01}}\right) - (\varphi_{s2}(t) - \varphi_{s1}(t))\right) \right\rangle$$

- Déduire les conditions d'interférence.

3°/ Les deux ondes arrivant au point M sont parfaitement cohérentes ; les deux sources émettent dans le vide deux ondes monochromatiques de même longueur d'onde λ_0 . L'intensité lumineuse au point M est donnée par : $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}\right)$, où $\delta = L_{S_2 M} - L_{S_1 M}$ est la différence de marche entre les deux rayons qui interfèrent.

a. Tracer $I(M)$ en fonction du déphasage $\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}$. Exprimer et préciser sur le graphe les intensités maximale I_{max} et minimale I_{min} .

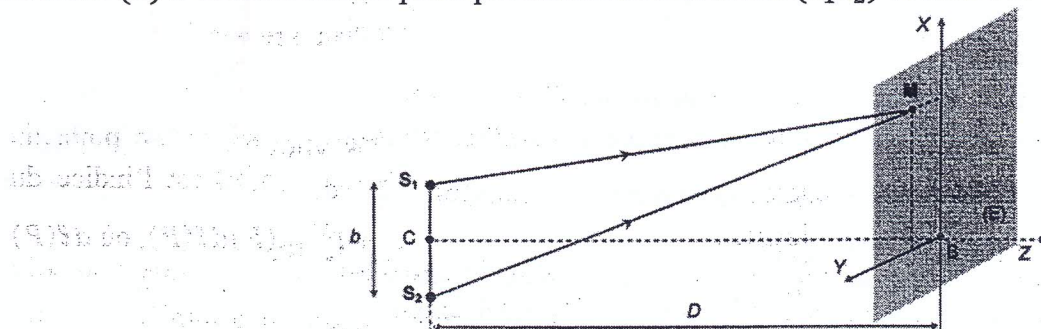
b. Déterminer le contraste, défini par $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$, en fonction de I_1 et I_2 puis en fonction de la variable $x = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}$.

c. Représenter, en fonction de x , la variation du contraste. Dans quelle situation le contraste est-il maximale ?

Figure d'interférence

Les deux ondes qui interfèrent ont maintenant la même amplitude a_0 . L'intensité lumineuse obtenue sur l'écran, en occultant l'une de deux sources, est noté I_0 . L'intensité lumineuse, en un point M de l'écran, est donnée par : $I(M) = 2I_0 \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}\right)\right)$.

4°/ Un écran (E) d'observation est placé parallèlement à la droite $(S_1 S_2)$ et situé à la distance D de celle-ci.



Les deux sources S_1 et S_2 sont distantes de b et symétrique par rapport à C . La droite normale à l'écran passant par C définit l'axe de système et cet axe coupe l'écran en B . Les sources S_1 et S_2 sont dans le plan (BXZ) . Le point M , de coordonnées $(X, Y, 0)$ dans le repère (B, X, Y, Z) , est un point de l'écran proche de B et suffisamment éloigné des sources pour que $D \gg b$, $D \gg X$ et $D \gg Y$.

a. Déterminer l'expression de la différence de marche δ entre les deux rayons qui interfèrent.

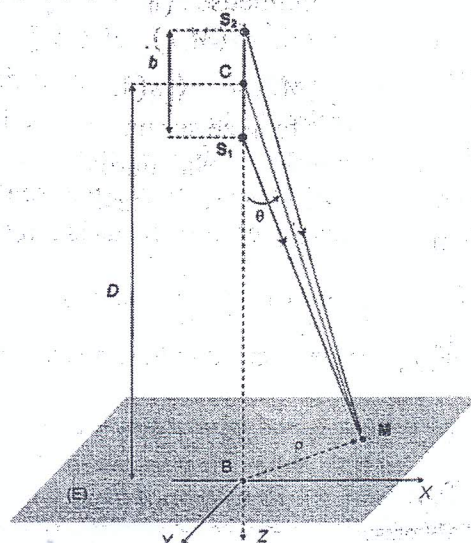
b. En déduire l'intensité lumineuse $I(M)$ en fonction de X, b, D, λ_0 et I_0 . Quelle est alors la forme des franges d'interférence observées ?

c. Déterminer les positions des franges brillantes et des franges sombres. En déduire l'interfrange i en fonction de λ_0, b et D .

5°/ Un écran (E) est maintenant placé perpendiculairement à la droite $(S_1 S_2)$ en B supposé centre de l'écran. Il est situé à la distance D du point milieu C entre les deux sources. Un point d'observation est repéré par $\rho = BM$ avec $D \gg b$ et $D \gg \rho$.

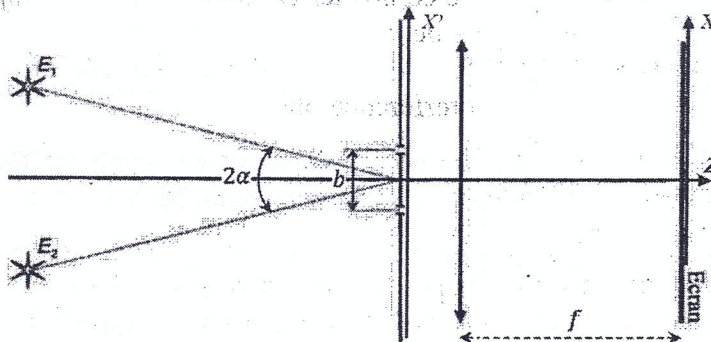
a. Déterminer l'expression de la différence de marche δ entre les deux rayons qui interfèrent, en fonction de b et de l'angle $\theta = (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CM})$.

b. En déduire l'intensité lumineuse $I(M)$ en fonction de θ, b, λ_0 et I_0 , puis en fonction de ρ, D, b, λ_0 et I_0 . Quelle est alors la forme des franges d'interférence observées ?



Application 1 : Distance angulaire d'une étoile double

6°/ Un dispositif de fentes d'Young pointe vers le centre d'un système d'étoile double (E_1, E_2) faisant entre elles un angle de 2α .



Ce système d'étoile double se comporte comme deux sources lumineuses incohérentes de même intensité lumineuse I_0 . Les deux fentes fines, parallèles à l'axe (YY'), sont distantes d'une distance b réglable. L'observation se fait dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale f . Un monochromateur (non schématisé) disposé devant l'ensemble sélectionne la longueur d'onde $\lambda = 550 \text{ nm}$.

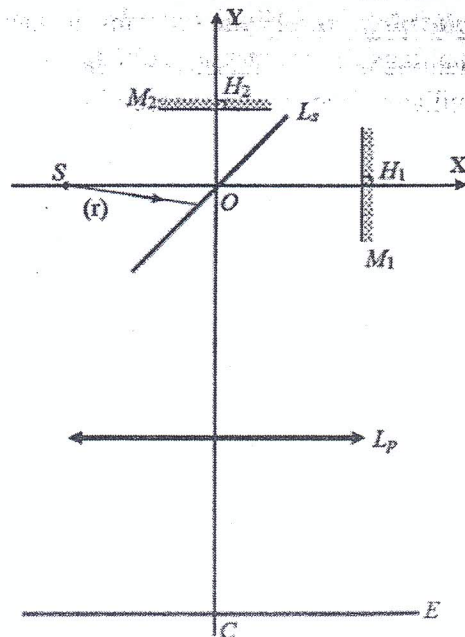
- Établir l'expression de l'intensité I_1 sur l'écran due à l'étoile E_1 , puis l'intensité I , celui due à l'étoile double. Exprimer I sous la forme $I = 2I_0 \left(1 + \gamma \cos \left(2\pi \frac{bx}{\lambda f} \right) \right)$. Préciser l'expression et le sens physique de γ et de $|\gamma|$.
- Pour quelle valeur minimale de la distance b entre les deux fentes y a-t-il brouillage du phénomène d'interférences ? En déduire la distance angulaire 2α qui sépare les étoiles sachant que $b_{\min} = 116,5 \text{ mm}$.

Application 2 : Résolution interférométrique d'un doublet spectral

Les moyens spectroscopiques conventionnels (spectroscopie à prisme ou à réseau) peuvent se révéler insuffisants quand il s'agit de résoudre un doublet à très faible écart spectral. On peut alors avoir recours à des méthodes interférométriques. Il est question dans cette partie de l'utilisation de l'interféromètre de Michelson.

La figure ci-contre donne le schéma de principe d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. On note (Ox) et (Oy) deux axes perpendiculaires définissant les directions des deux bras de l'interféromètre. S est une source lumineuse large et monochromatique de longueur d'onde λ située sur (Ox). M_1 et M_2 sont deux miroirs plans parfaitement réfléchissants, disposés perpendiculairement à (Ox) en H_1 et respectivement à (Oy) en H_2 .

Le trait incliné à 45° , noté L_s , schématise un groupe de deux lames à faces parallèles. Ce groupe est supposé n'introduire aucune différence de marche sur les trajets lumineux. L_p désigne une lentille mince convergente de distance focale f placée à la sortie de l'interféromètre de manière à ce que son axe optique soit confondu avec l'axe (Oy). Un écran E est placé dans le plan focal image de L_p . On note C le foyer image de L_p .



7°/ Nommer les lames qui composent Ls. Qu'est-ce qui les distingue ? Expliquer la nécessité pratique d'utiliser deux lames.

8°/ Un rayon lumineux, noté (r) , émis par S sous incidence « i », a été représenté. Reproduire le schéma ci-dessus sur la copie avec $SO = OH_1 = 2 OH_2$ et le compléter en faisant un tracé soigné des deux rayons r_1 et r_2 qui émergent de l'interféromètre après division de r .

9°/ Indiquer quelle est la forme des franges d'interférence observées sur l'écran. Comment nomme-t-on ces franges ?

- En raisonnant sur la lame d'air équivalente d'épaisseur « e », déterminer la différence de marche $\delta(M)$ entre les deux rayons r_1 et r_2 qui interfèrent au point M de l'écran.
- Calculer l'ordre d'interférence p en un point M du champ d'interférence, en fonction de e , i et λ puis en fonction de p_0 et i (p_0 est l'ordre d'interférence au centre C). L'incidence i étant faible, déterminer les rayons « R_n » du $n^{\text{ème}}$ anneau brillant et « R_m » du $m^{\text{ème}}$ anneau sombre, en fonction de f, λ, e, n ou m et de l'excédent fractionnaire ε défini par $p_0 = k + \varepsilon$ où $k \in \mathbb{N}$ et $0 < \varepsilon < 1/2$.

10°/ On insère sur le trajet OH_2 de la lumière une lame mince de verre d'indice n et d'épaisseur ℓ constante, disposée parallèlement au miroir M_2 . On observe le défilement de N franges au centre de l'écran. Dédire l'expression de l'épaisseur ℓ de la lame de verre.

11°/ On étudie le cas où la source de lumière utilisée présente un doublet spectral de nombres d'ondes $\sigma_1 = 1/\lambda_1$ et $\sigma_2 = 1/\lambda_2$.

- Donner la différence de marche δ au centre C de l'écran.
- En déduire l'expression des ordres d'interférence p_1 et p_2 en C pour chaque radiation du doublet en fonction de δ, σ_1 et σ_2 .
- Pour quelles valeurs de la différence $p_1 - p_2$ y-a-t-il brouillage en C ?
- En pratique la totalité de la figure d'interférences est affectée et on perd la visibilité des franges partout sur l'écran. En déduire, en fonction de l'écart spectral $\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$, la variation $\Delta\delta$ de la différence de marche entre deux situations consécutives de brouillage.

Comment nomme-t-on ces situations ?

Application numérique : Dans le cas du doublet H α (écart spectral $\Delta\sigma_{exp} = 0,360 \text{ cm}^{-1}$), calculer la variation Δe de l'épaisseur de la lame d'air pour passer d'une situation de brouillage à la situation de brouillage directement consécutive.