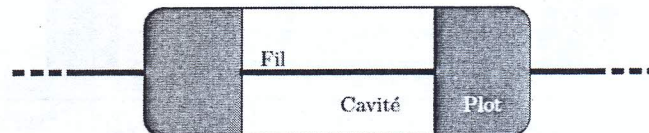


Problème I : Transfert Thermique

L'idée de la protection des systèmes électriques par fusibles s'est imposée formellement avec le double développement de l'électrification et de l'industrie. D'es les premières tentatives, la structure de base des fusibles actuels, voir la figure 1, a été définie avec les éléments essentiels :

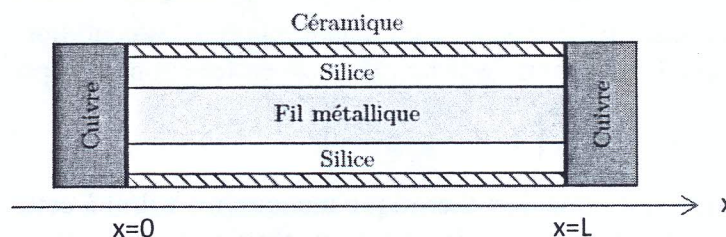
- deux pièces de connexion permettant de relier le fusible au reste du circuit électrique ;
- un fil métallique dont le métal constitutif est choisi avec un point de fusion à basse température (typiquement du plomb ou de l'étain) ;
- une cavité qui assure un rôle de protection et qui peut contenir un isolant.



Il existe aujourd'hui de nombreux types de fusibles ayant le même principe de fonctionnement et les mêmes éléments de base. On retrouve les fusibles sur les installations domestiques, dans l'industrie (principalement pour l'utilisation avec des charges à fort courant d'appel comme les moteurs) ou pour la protection des semi-conducteurs dans l'ensemble des appareils électroniques.

A. Etude des fusibles en céramiques

Un fusible en céramique est constitué d'un fil métallique cylindrique de section S , de longueur L . On donne la masse volumique μ , les conductivités thermique λ et électrique σ , la capacité thermique massique c du fil métallique. On considère que toutes ces grandeurs sont uniformes dans le fil métallique et indépendantes de la température. Le fil métallique est soudé à ses deux extrémités sur des plots de cuivre massif que l'on considère conducteur électrique et thermique parfait. Le cuivre est maintenu à une température constante T_0 . Il s'agit de la température de l'air extérieur au fusible. Le fil métallique est inséré dans une gaine en silice assurant une isolation latérale thermique et électrique parfaite. Le fil métallique est parcouru par un courant d'intensité I .



On considère que la température ne dépend que de la position et du temps $T = T(x, t)$.

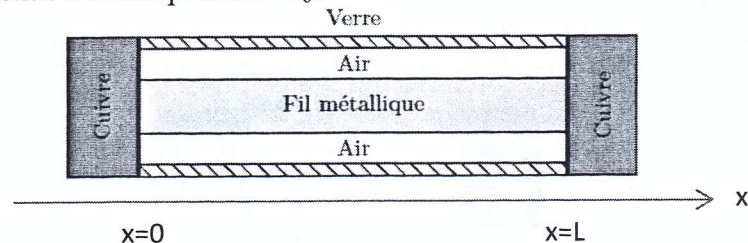
- 1°/ Rappeler la loi de Fourier. Préciser sa signification physique ainsi que celle de chacun de ses termes. Donner les unités de chaque terme.
- 2°/ Montrer que l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température peut s'écrire sous la forme :

$$\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{I^2}{\sigma S^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

- 3°/ Etablir le profil de température dans le fil métallique en régime stationnaire. Tracer l'allure de ce profil. La température de fusion du métal est notée T_f .
- 4°/ Donner la position x_{fusion} du fil métallique où débute la fusion du métal lorsque le courant atteint l'intensité maximale I_{max} supportée par le fusible.

C. Etude des fusibles en verre

Au laboratoire on dispose aussi de fusibles où le fil métallique est entouré d'air. On doit donc tenir compte de la convection entre le fil métallique et l'air environnant. Les échanges thermiques à l'interface sont modélisés par la loi de Newton. On considère que la température de l'air est $T_{\text{air}} = T_0$. Le fil métallique est toujours soudé à ses deux extrémités sur des plots de cuivre massif maintenus à la température T_0 .



On peut montrer que la température du fil métallique ne dépend que de la position x si B_i le nombre de Biot (sans dimension) est tel que : $B_i = \frac{hD}{\lambda} \ll 1$.

avec D le diamètre du fil métallique, h le coefficient de transfert convectif décrivant les transferts de chaleur entre le fusible et l'air qui est de l'ordre de grandeur de 10 SI et λ la conductivité thermique du fil métallique.

- 5°/ Rappeler la loi de Newton. Préciser sa signification physique ainsi que celle de chacun de ses termes. Donner les unités de chaque terme.
- 6°/ Justifier que le nombre de Biot est sans dimension. Ce nombre sans dimension permet de comparer deux grandeurs physiques, lesquelles ? Quel est alors l'intérêt de ce nombre.
- 7°/ Justifier que l'on se trouve ici dans le cas $B_i \ll 1$.

On supposera cette condition vérifiée dans tout ce qui suit. La température ne dépend que de la position x et du temps t : $T(x, t)$. On se place en régime stationnaire.

On pose : $k = \sqrt{\frac{4h}{\lambda D}}$ et $T_1 = \frac{16I^2}{\sigma \lambda k^2 \pi^2 D^2}$

8°/ Montrer que la température vérifie l'équation : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - k^2(T - T_0 - T_1) = 0$

9°/ Résoudre l'équation différentielle en tenant compte des conditions aux limites.

10°/ On montre que la variation de la température en fonction de la position peut s'écrire sous

$$\text{la forme : } T(x) = T_0 + T_1 \left(1 - \frac{\cosh\left(k\left(x - \frac{L}{2}\right)\right)}{\cosh\left(\frac{kL}{2}\right)} \right)$$

11°/ Quel(s) mode(s) de transfert thermique manque(nt)-t-il(s) à cette étude ? Rappeler la loi correspondante et préciser sa signification physique ainsi que celle de chacun de ses termes. Donner les unités de chaque terme.

D. Temps de réponse d'un fusible en verre

Tous les fusibles fonctionnent par interruption du courant. L'intensité nominale (I_n) est l'intensité qui ne provoque ni fusion, ni échauffement excessif. Le standard CEI 60127 prévoit quatre types de fusibles (FF, F, T, TT), chaque type étant défini suivant le temps nécessaire pour couper le fusible parcouru par un courant égal à dix fois le courant nominal :

- FF (ultra-rapide), inférieur à 1ms ;
- F (rapide) de 1 à 10ms ;
- T (retard / slow blow, de l'allemand träge = inerte, à grande inertie), de 10 à 100ms ;
- TT (ultra-retard, Very slow acting), de 100ms à 1 s.

On se propose dans cette partie d'évaluer le temps de réponse d'un fusible en verre dont le courant nominal est $I_n = 1,0\text{A}$. Le fil constituant le fusible est en aluminium, son diamètre est égal à $64\text{ }\mu\text{m}$ et sa longueur est $L = 3,0\text{ cm}$. On suppose dans cette partie que la température du fil constituant le fusible est homogène. On note $T(t)$, la température du fil en fonction du temps. On n' néglige les échanges thermiques entre le fil et les plots de cuivre aux extrémités. Initialement, la température du fil est égale à celle de l'air, supposée constante et égale à T_0 .

12°/ Déterminer l'expression de la puissance cédée par convection de la part du fil métallique l'air extérieur. Le courant qui circule dans le fusible est égale à $I_1 = 10I_n$.

Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la température est :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_2}{\tau}$$

où T_2 et τ sont des constantes dont on précisera l'expression.

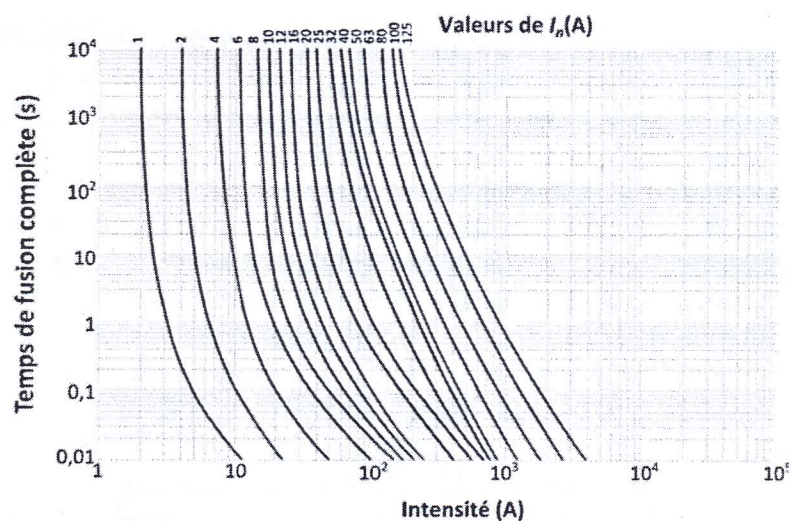
13°/ Le fusible risque-t-il de fondre ? Montrer que l'on peut négliger les pertes par convection. On prendra $h = 10\text{ SI}$ et $T_0 = 293\text{K}$.

Dans la suite, on négligera les transferts thermiques par convection.

14°/ Evaluer la date t_f de l'instant où débute la fusion.

15°/ Calculer l'expression du temps nécessaire à la fusion complète du fusible. Commenter cette valeur. De quel type (FF, F, T, TT) est le fusible ?

16°/ Commenter la figure 5 qui donne le temps de fusion complète de différents fusibles en fonction de l'intensité qui les parcourt. Discuter en particulier les formes asymptotiques des courbes et les types (FF, F, T, TT) des fusibles.



Problème II : Mécanique Quantique

Données :

- Constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.
- Constante de Planck réduite : $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,0510^{-34} \text{ J.s}$.
- Charge élémentaire : $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
- Masse de l'électron : $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$.
- Masse du proton : $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.
- Vitesse de la lumière : $c = 2,999 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
- $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

En mécanique newtonienne, lorsqu'une particule vient heurter une barrière de potentiel, elle ne peut pas la franchir. En mécanique quantique, l'équation de Schrödinger admet des solutions à l'intérieur d'une barrière de potentiel, lorsque le potentiel n'est pas infini dans ces régions et que l'énergie totale de la particule est inférieure à l'énergie potentielle. La faible pénétration de l'onde dans une région interdite à la particule classique associée est à l'origine de l'effet tunnel. Cet effet a joué un rôle historique important en permettant de comprendre la radioactivité α , ce qui a constitué une des premières confirmations de la mécanique quantique.

On s'intéresse au mouvement à une dimension d'une particule non relativiste de masse m et d'énergie totale $E > 0$ se déplaçant parallèlement à l'axe (Ox) dans l'énergie potentielle $V(x)$. Dans ce qui suit, on note $\underline{\psi}(M, t) = \underline{\psi}(x, t)$ la fonction d'onde (complexe) de l'onde de De Broglie associée à la particule. L'équation de Schrödinger vérifiée par $\underline{\psi}(x, t)$ s'écrit :

$$i\hbar \frac{\partial \underline{\psi}(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \underline{\psi}(x, t)}{\partial x^2} + V(x, t) \underline{\psi}(x, t) \quad \text{où } i^2 = -1$$

On rappelle qu'en plus d'être de « carré sommable » et « normalisée », la fonction d'onde $\underline{\psi}(x, t)$ doit également être de classe C^1 .

Dans toute la suite, on cherchera les solutions de l'équation de Schrödinger pour des états stationnaires tels que $\underline{\psi}(x, t) = \underline{\varphi}(x) \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right)$.

1. Onde de De Broglie

- 1.1. Quelle est la différence entre la mécanique quantique et la mécanique classique? Citer certains faits et phénomènes physiques qui ont conduit à développer la mécanique quantique?
- 1.2. Décrire une expérience illustrant la notion d'onde de matière.
- 1.3. Énoncer la relation de De Broglie, pour une particule matérielle de masse m , reliant la quantité de mouvement p , et la longueur d'onde λ . Interpréter cette relation physiquement.
- 1.4. D'après la mécanique classique, déterminer la vitesse v_e acquise par un électron de masse m_e et de charge $(-e)$ accéléré par une tension U_a .
- 1.5. Exprimer la longueur d'onde λ_e d'un électron, de vitesse v_e en fonction du potentiel d'accélération U_a en mécanique classique newtonienne ($v_e \ll c$). Calculer les longueurs d'onde λ_1 , λ_2 et λ_3 respectivement pour les trois potentiels d'accélération $U_{a1} = 1 \text{ kV}$, $U_{a2} = 100 \text{ kV}$ et $U_{a3} = 1 \text{ MV}$. Vérifier dans chacun des cas la validité de l'hypothèse non relativiste sachant qu'un calcul en mécanique einsteinienne donne $\lambda_1 = 38,8 \text{ pm}$, $\lambda_2 = 3,71 \text{ pm}$ et $\lambda_3 = 0,94 \text{ pm}$.

1.6. La description de l'état d'une particule en un point M à l'instant t se fait au moyen d'une fonction complexe $\underline{\psi}(x, t)$. Pourquoi ?

1.7. Expliquer physiquement la signification du carré de la fonction d'onde $|\underline{\psi}(x, t)|^2$? Interpréter la condition de normalisation de la fonction d'onde $\underline{\psi}(x, t)$.

1.8. On pose $\rho(x, t) = |\underline{\psi}(x, t)|^2$. Montrer que toutes les solutions de l'équation de Schrödinger $\underline{\psi}(x, t)$ vérifient l'équation $\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial J(x, t)}{\partial x} = 0$ où le vecteur $\vec{J}$, appelé courant de probabilité, est donné par $\vec{J}(x, t) = \frac{i\hbar}{2m} \left(\underline{\psi}(x, t) \frac{\partial \underline{\psi}^*(x, t)}{\partial x} - \underline{\psi}^*(x, t) \frac{\partial \underline{\psi}(x, t)}{\partial x} \right) \vec{e}_x$, $\underline{\psi}^*(x, t)$ étant le conjugué de $\underline{\psi}(x, t)$. Quelle est l'interprétation physique de cette équation. Que devient cette équation dans le cas stationnaire?

1.9. Donner $\vec{J}(x, t)$ pour une fonction d'onde de la forme $\underline{\psi}(x, t) = A \exp(i f(x, t))$ où $f(x, t)$ est une fonction de x et de t .

1.10. On considère une particule libre de masse m , d'énergie totale E dont l'état peut être décrit par la fonction $\underline{\psi}(x, t)$. Donner la relation qui existe entre k et ω pour qu'une onde plane progressive monochromatique $\underline{\psi}(x, t) = A \exp(-i(\omega t - kx))$ soit compatible avec l'équation de Schrödinger. En déduire la valeur de l'énergie E en fonction de ω . L'onde plane progressive monochromatique satisfait-elle les conditions de normalisation de la fonction d'onde?

1.11. Déterminer le courant de probabilité dans le cas de la fonction d'onde $\underline{\psi}(x, t) = A \exp(-i(\omega t - kx))$, A étant une constante réelle.

2. Barrière de potentiel

On étudie dans cette partie un des effets de la mécanique quantique qui va à l'encontre de la mécanique classique. On considère alors un faisceau d'électrons, non relativistes, de masse m , qui se déplace parallèlement à l'axe (Ox) dans le sens des x croissants, et qui vient heurter en $x = 0$ une barrière d'énergie potentielle de hauteur $V_0 > 0$ et d'épaisseur a définie par :

$$\begin{cases} V(x \leq 0) = 0 & (\text{région I}) \\ V(0 < x < a) = V_0 > 0 & (\text{région II}) \\ V(x \geq a) = 0 & (\text{région III}) \end{cases}$$

2.1. Donner l'exemple d'un système physique qui pourrait être modélisé par la barrière de potentiel $V(x)$.

2.2. Que peut-on dire du point de vue de la mécanique classique sur la présence de la particule dans la région de l'espace $0 < x < a$?

2.3. On se place maintenant dans le cadre de la mécanique quantique. On considère une situation physique correspondant à une onde plane progressive monochromatique associée au flux incident de particules, venant de $x = -\infty$ en direction de la barrière. Lorsqu'elle parvient à la discontinuité de potentiel en $x = 0$, cette onde donne naissance à une onde réfléchie dans la région $x < 0$ et à une onde "évanescence" pénétrant dans la région $0 < x < a$. À l'interface en $x = a$, l'onde se scinde à nouveau, en une onde évanescence réfléchie et en une onde progressive dans le sens des x croissants transmise dans la région $x > a$.

On s'intéresse au problème de franchissement de la barrière par les particules venant de $x = -\infty$ et possédant l'énergie E telle que $0 < E < V_0$ (effet tunnel).

2.3.1. On note $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ et $\varphi_3(x)$ les solutions de l'équation de Schrödinger aux états stationnaires respectivement dans les régions $x < 0$, $0 < x < a$ et $x > a$. Montrer qu'elles sont données par :

$$\begin{cases} \varphi_1(x) = A_1 \exp(ikx) + B_1 \exp(-ikx) \\ \varphi_2(x) = A_2 \exp(\gamma x) + B_2 \exp(-\gamma x) \\ \varphi_3(x) = A_3 \exp(ikx) + B_3 \exp(-ikx) \end{cases}$$

où A_1, B_1, A_2, B_2, A_3 et B_3 sont des constantes. Donner les expressions de k et γ .

2.3.2. Justifier que pour la situation étudiée, la fonction d'onde dans la région $x > a$ ne comprend qu'un terme.

2.3.3. Calculer le courant de probabilité incident J_i , réfléchi J_r et transmis J_t .

2.3.4. On définit les coefficients de réflexion R et de transmission T de la barrière de potentiel par $R = \frac{\|J_r\|}{\|J_i\|}$ et $T = \frac{\|J_t\|}{\|J_i\|}$. Exprimer R et T en fonction des constantes d'intégration A_1, B_1 et A_3 .

2.3.5. Écrire les conditions de raccordement en $x = 0$ et $x = a$.

2.3.6. La résolution du système d'équations obtenu aboutit aux résultats suivants :

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{\exp(-ika)}{ch(\gamma a) + i \frac{\gamma^2 - k^2}{2k\gamma} sh(\gamma a)} \quad \text{et} \quad \frac{B_1}{A_1} = \left(\frac{-i \frac{\gamma^2 + k^2}{2k\gamma} sh(\gamma a)}{ch(\gamma a) + i \frac{\gamma^2 - k^2}{2k\gamma} sh(\gamma a)} \right) \exp(-ika)$$

Exprimer R et T en fonction des constantes A_1, B_1, A_3 et de leurs conjuguées.

2.3.7. Un développement de calcul aboutit aux expressions suivantes de T et R :

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} sh^2(\gamma a)} \quad \text{et} \quad R = \frac{\frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} sh^2(\gamma a)}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} sh^2(\gamma a)}$$

Calculer leur somme et commenter.

2.3.8. Établir les formules approchées pour le coefficient de transmission T dans le cas où la barrière est mince ($\gamma a \ll 1$), puis dans le cas où la barrière est épaisse ($\gamma a \gg 1$). Que devient la transparence d'une barrière quelconque lorsque l'énergie cinétique des particules incidentes tend vers V_0 . Comparer ces résultats à ceux de la mécanique classique.

2.3.9. Dans la limite $\gamma a \gg 1$, étudier le comportement du coefficient de transmission T en fonction de a, m et $(V_0 - E)$.

Application numérique :

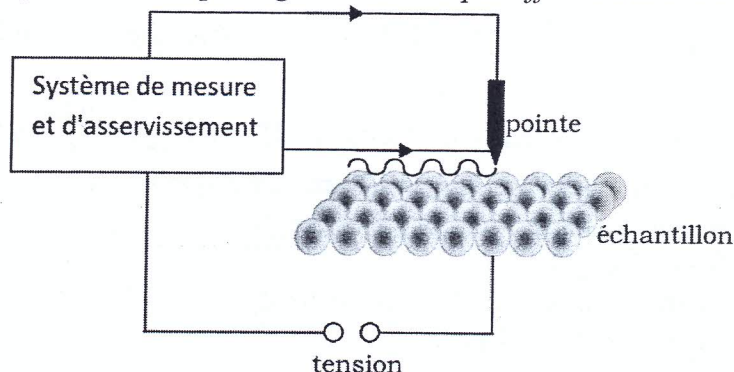
La hauteur de la barrière de potentiel est $V_0 = 2 \text{ eV}$ et sa largeur est $a = 1 \text{ nm}$. Calculer le coefficient de transmission de la barrière pour un électron d'énergie $E = 1 \text{ eV}$, puis pour un proton de même énergie. Comparer les deux résultats et conclure. L'hypothèse $\gamma a \gg 1$ est-elle satisfaite?

3. Application : microscope à effet tunnel

Les développements de la partie précédente modélisent le fonctionnement d'un microscope à effet tunnel nommé STM (Scanning Tunneling Microscope). La microscopie à effet tunnel est une technique d'imagerie qui permet d'atteindre la résolution du nanomètre et de distinguer ainsi les atomes à la surface d'un objet. Cet instrument a été développé par G. Binnig et H. Röhrer au début des années 80 au laboratoire de recherche IBM en Suisse. Les deux inventeurs ont été récompensés par le prix Nobel de physique en 1986 pour cette invention révolutionnaire.

Contrairement aux microscopes classiques qui fonctionnent avec de la lumière, un STM utilise une pointe mobile très pointue (idéalement terminée par un unique atome) qui va servir à scanner la surface. Lors du balayage, le dernier atome de la pointe suit le relief de la surface et c'est en détectant le mouvement de la pointe qu'on remonte à la géométrie de la surface.

En pratique, on balaie ligne par ligne une zone carrée pour reconstituer une image en relief. On déplace la pointe très fine à quelques nanomètres de la surface de l'échantillon conducteur à l'aide de transducteurs piézoélectriques. En polarisant la jonction pointe/vide/échantillon, les électrons peuvent passer par effet tunnel de la pointe à l'échantillon, créant ainsi un courant tunnel macroscopique qui est le signal mesuré par le STM et qui dépend de façon très sensible de la distance pointe-échantillon. Une boucle d'asservissement ajuste la distance de la pointe à la surface du conducteur de façon que le courant provenant du passage d'électrons par effet tunnel soit constant.



3.1. Le microscope à effet tunnel permet-il de voir, au sens strict du terme, les atomes ?

3.2. On suppose que les régions $x < 0$ et $x > a$ sont constituées de deux électrodes métalliques. La première électrode est une plaque et la seconde est une pointe. Ces deux électrodes sont séparées par une barrière de vide. Lorsque l'on applique une tension U faible entre les deux électrodes, la densité de courant tunnel peut s'écrire $J_T = \beta U T$ où β est une constante. Exprimer J_T pour une barrière épaisse ($a \approx 1 \text{ nm}$).

3.3. Le courant tunnel dépend exponentiellement de la distance a entre la pointe et la surface $I_T = I_0 \exp(-2\gamma a)$. Pour évaluer la précision de cette technique, calculer la variation relative de courant à travers la pointe d'un microscope à effet tunnel lorsque la distance pointe-échantillon varie de 1 nm à $1,1 \text{ nm}$ (avec $V_0 = 6 \text{ eV}$ et $E = 1 \text{ eV}$).

3.4. Sachant qu'il est possible de discerner des variations relatives de courant de l'ordre de 10% , évaluer la résolution en profondeur d'un microscope à effet tunnel Δa susceptible d'être discriminée pour $a = 0,6 \text{ nm}$.

Problème III : thermodynamique statistique

En 1907, Einstein a proposé un modèle permettant de prévoir la capacité thermique des solides en fonction de la température. Chaque atome du solide est assimilé à un oscillateur harmonique 3D, d'énergie potentielle $E_p(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$, où m est la masse de l'atome, ω la pulsation propre de l'oscillateur et r la distance de l'atome à sa position d'équilibre.

A/ Modèle Classique: (Questions de cours)

1. De combien de variables a-t-on ici besoin pour décrire l'état d'un atome?
2. Exprimer l'énergie mécanique de l'atome en fonction de ces variables.
3. A l'aide du théorème d'équipartition de l'énergie, montrer que l'énergie moyenne de l'atome est $\langle \epsilon \rangle = 3kBT$.
4. En déduire que la capacité calorifique molaire du solide est $C_{V,m} = 3R$; avec $R = N_A k_B$. Quel nom porte ce résultat?

B/ Modèle quantique:

La physique quantique prévoit que l'énergie d'un oscillateur harmonique est quantifiée. Les niveaux d'énergie d'un oscillateur harmonique 1D de pulsation propre ω sont donnés par:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega ; n(\text{entier}) \geq 0$$

1. Montrer que la fonction de partition $z(T)$ d'un oscillateur 1D s'écrit $z(T) = \frac{1}{2 \operatorname{sh}\left(\frac{\hbar \omega}{2 k_B T}\right)}$

On pourra poser $u = \frac{\hbar \omega}{k_B T}$. En déduire la probabilité d'occupation p_n d'un niveau d'énergie E_n .

2. Montrer que l'énergie moyenne d'un oscillateur 1D est $\langle \varepsilon_{1D} \rangle = \frac{\hbar \omega}{2} \coth\left(\frac{\hbar \omega}{2 k_B T}\right)$.

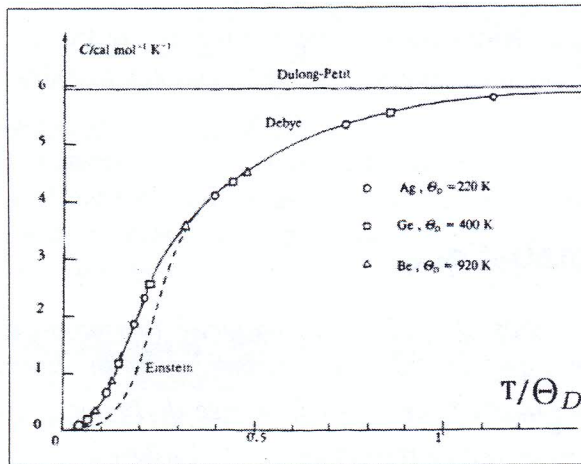
Un atome étant assimilé à un oscillateur 3D, on admet que chaque degré de liberté en position (x, y, z) contribue de manière identique à l'énergie de l'atome, donc que l'énergie moyenne d'un atome est $\langle \varepsilon \rangle = 3 \langle \varepsilon_{1D} \rangle$.

3. On note n le nombre de moles d'atomes dans le solide. Donner $\langle E \rangle$, l'énergie moyenne du solide, en fonction de n , N_A et $\langle \varepsilon_{1D} \rangle$.

4. Montrer que la capacité calorifique molaire du solide est $C_{V,m} = 3R \left(\frac{u/2}{\operatorname{sh}(u/2)}\right)^2$; avec $u = \frac{\hbar \omega}{k_B T}$ et $R = N_A k_B$.

5. Que vaut la capacité calorifique à basse température ? A haute température ? Quel résultat retrouve-t-on ? Exprimez la température caractéristique de la transition entre ces deux régimes, notée Θ_D , en fonction de $\hbar$, ω et k_B .

6. Lire sur la figure suivante la valeur expérimentale de la capacité calorifique molaire des solides étudiés à haute température. Comparer au résultat théorique. On rappelle 1 calorie = 4,18 Joule.



La figure ci-contre présente des mesures de dépendance en température de la capacité calorifique molaire de trois solides : Argent (Ag), Germanium (Ge) et Beryllium (Be), en fonction du rapport T/Θ_D (Θ_D n'est pas le même pour les trois solides).

La courbe correspondant au modèle d'Einstein est représentée en pointillés. On voit que ce modèle prévoit correctement les valeurs limites de $C_{V,m}$ à basse et hautes températures, mais ne permet pas de modéliser précisément la transition entre les deux régimes. Cet écart entre théorie et expérience est dû au fait que l'on a supposé les atomes indépendants dans le modèle d'Einstein, alors que ceux-ci interagissent avec leur plus proches voisins.

Un autre modèle, proposé par Peter Debye (prononcer "Deu-baï") en 1912, qui prend en compte les interactions entre atomes, permet une modélisation très précise du comportement de la capacité calorifique des solides (tracé en trait plein sur la figure).

Formulaire:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} n \cdot \exp(-an) = \frac{1}{4 \operatorname{sh}^2\left(\frac{a}{2}\right)} \text{ pour } a > 0 ;$$

$$\coth(x) = \frac{1}{\operatorname{th}(x)} = \frac{\operatorname{ch}(x)}{\operatorname{sh}(x)}; \quad (\coth(x))' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2(x)}$$

Fin de l'épreuve