

Examen de fin du premier semestre Systèmes Techniques Automatisés

Préparations : Math-Physique & Physique-Chimie

Le sujet comporte deux parties indépendantes :

- Partie A : Mécanique des Solides Indéformables
- Partie B : Automatique

Les deux parties doivent être rédigées sur deux feuilles séparées.

Partie A : Mécanique des Solides Indéformables

Étude dynamique d'une pince de robot

La partie A est consacrée à l'étude cinématique et dynamique d'une pince de robot de déchargement de bouteilles. Cette pince est constituée des éléments suivants :

- un bâti (0) auquel est attaché le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ considéré galiléen ;
- le mors (1), auquel est attaché le repère $R_1(C, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, est une liaison pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$ avec le bâti (0) ;
- le mors (1'), auquel est attaché le repère $R'_1(C', \vec{x}'_1, \vec{y}'_1, \vec{z}_0)$, est une liaison pivot d'axe $(C', \vec{z}_0)$ avec le bâti (0) ;
- la bielle (2), à laquelle est attaché le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, est une liaison pivot d'axe $(B, \vec{z}_0)$ avec le mors (1) ;
- la bielle (2'), à laquelle est attaché le repère $R'_2(A, \vec{x}'_2, \vec{y}'_2, \vec{z}_0)$, est une liaison pivot d'axe $(B', \vec{z}_0)$ avec le mors (1') ;
- la tige du vérin (3), à laquelle est attaché le repère $R_3(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, a deux liaisons pivots d'axe $(A, \vec{z}_0)$ respectivement avec (2) et (2') et une liaison pivot glissant d'axe $(O, \vec{x}_0)$ avec le bâti (0).

On donne :

$$\overrightarrow{OA} = \lambda \vec{x}_0 \quad ; \quad \overrightarrow{AB} = L \vec{x}_2 \quad ; \quad \overrightarrow{OC} = a \vec{x}_0 - b \vec{y}_0 \quad ; \quad \overrightarrow{BC} = c \vec{x}_1$$

$$\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}'_1) \quad ; \quad \theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{x}_0, \vec{x}'_2)$$

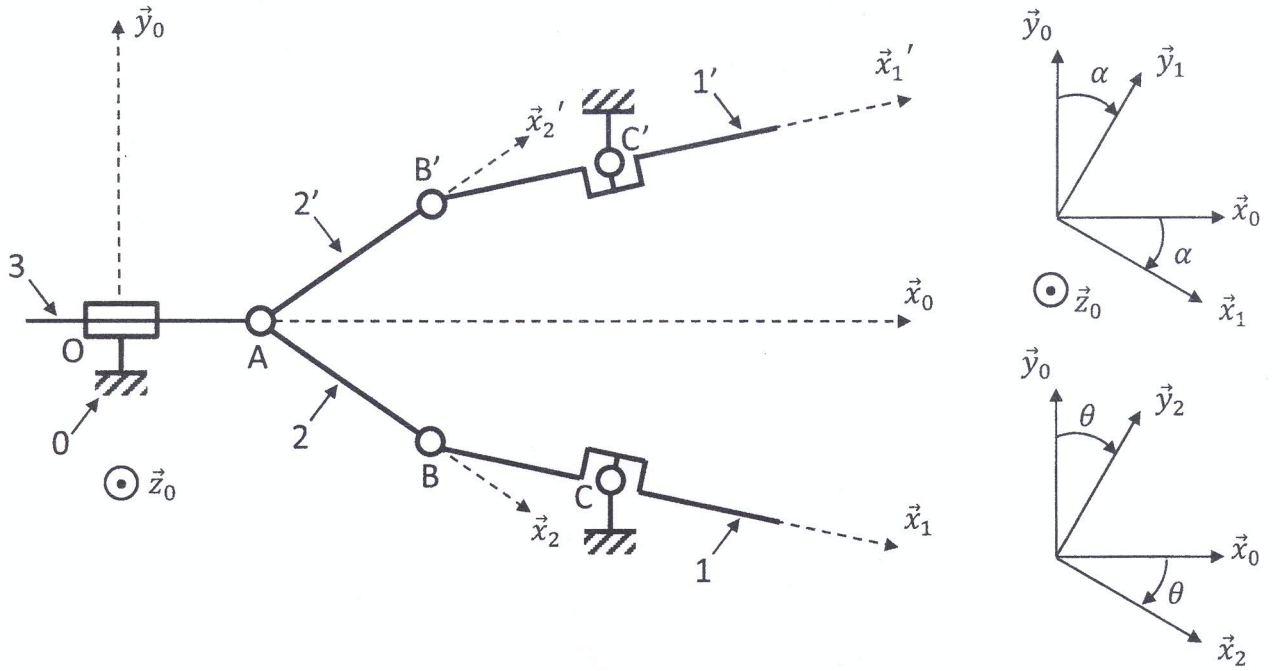


FIGURE 1 – Schéma cinématique minimal d'une pince de robot

Hypothèses

- toutes les liaisons sont supposées parfaites ;
- l'action de la pesanteur est négligée ;
- le mors (1) est caractérisé par un moment principal d'inertie I_1 par rapport à l'axe $(C, \vec{z}_0)$.
Le mors (1') est identique au mors (1) ;
- les bielles (2) et (2') sont de masse négligeable ;
- la tige du vérin (3) est de masse m_3 et de centre d'inertie $G_3 \in (A, \vec{x}_0)$;
- l'action mécanique exercée par le fluide sur la tige du vérin (3) est modélisée par le torseur suivant :

$$\{\tau_{(\text{fluide} \rightarrow 3)}\}_A = \begin{Bmatrix} F_A & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

- les actions mécaniques exercées par les bielles (2) et (2') sur la tige du vérin (3) sont symétriques et modélisées par les torseurs suivants :

$$\{\tau_{(2 \rightarrow 3)}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{23} & 0 \\ Y_{23} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} ; \quad \{\tau_{(2' \rightarrow 3)}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{23} & 0 \\ -Y_{23} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

- le système de la pince étant plan, le torseur d'actions mécaniques transmissibles par la liaison entre les solides i et j , à son point d'application M, est noté :

$$\{\tau_{(i \rightarrow j)}\}_M = \begin{Bmatrix} X_{ij} & 0 \\ Y_{ij} & 0 \\ 0 & N_{ij} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

I. Étude Cinématique

- I.1. Déterminer le torseur cinématique du mouvement de (1) par rapport à (0) au point C. En déduire le vecteur vitesse du point B du solide (1) dans son mouvement par rapport à (0).
- I.2. Déterminer le torseur cinématique du mouvement de (3) par rapport à (0) au point A.
- I.3. Déterminer, en fonction de $\dot{\lambda}$ et $\dot{\theta}$, le torseur cinématique du mouvement de (2) par rapport à (0).
- I.4. Écrire, par projection sur la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le système d'équations traduisant la condition cinématique de la liaison pivot en B entre (1) et (2).
- I.5. Justifier que la loi entrée-sortie reliant $\dot{\lambda}$ et $\dot{\alpha}$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{\lambda} \cos \theta}{c \sin(\alpha - \theta)}$$

II. Étude dynamique

- II.1. Donner, dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, la forme de la matrice d'inertie du mors (1) au point C. Justifier votre réponse.
- II.2. Déterminer le moment dynamique au point C de (1) dans son mouvement par rapport à R_0 .
- II.3. Déterminer le torseur dynamique au point A de (3) dans son mouvement par rapport à R_0 .
- II.4. Déterminer, au point A et dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur des actions mécaniques extérieures appliquées sur la tige du vérin (3).
- II.5. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la tige du vérin (3) dans son mouvement par rapport à R_0 . En déduire les composantes Y_{03} , N_{03} et X_{23} .
- II.6. Déterminer, au point A et dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur des actions mécaniques extérieures appliquées sur la bielle (2).
- II.7. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la bielle (2) dans son mouvement par rapport à R_0 . En déduire les composantes X_{12} , Y_{12} et Y_{23} .
- II.8. Déterminer au point C le moment dynamique de l'ensemble $E = \{1, 2, 3\}$ dans son mouvement par rapport à R_0 .
- II.9. Déterminer au point C le moment des actions mécaniques extérieures appliquées sur l'ensemble E.
- II.10. Appliquer le théorème du moment dynamique au point C sur l'ensemble E dans son mouvement par rapport à R_0 . En déduire l'équation scalaire qui en découle.
- II.11. Déterminer l'expression de F_A lorsque la tige du vérin est animée d'un mouvement de translation rectiligne uniforme.

Examen Automatique		
A.U : 2021 – 2022		Semestre : 1
Groupe: MP2– PC2		Date: 15 / 12 / 2021
Documents non autorisés		Durée: 1 h 30 mn

Régulation du couple d'un frein à courant de Foucault

Un frein à courants de Foucault est réalisé au moyen d'un disque en rotation dans l'entrefer d'un électro-aimant constitué d'une bobine parcourue par un courant. Le couple de freinage exercé par le frein est proportionnel au courant d'excitation de l'électro-aimant. Pour garantir l'efficacité du freinage, le couple exercé par le frein doit être constant. Cependant, des variations du couple sont observées au cours du fonctionnement du frein, à cause des fluctuations de température de la bobine de l'électro-aimant. On envisage donc de réaliser la régulation du couple de freinage afin d'éliminer ces fluctuations.

La bobine d'excitation de l'électro-aimant peut être assimilée à une inductance L en série avec une résistance R . Le courant d'excitation $i(t)$ est obtenu en appliquant une tension $u(t)$ aux bornes de la bobine. La relation entre la tension et le courant est la suivante :

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = u(t) \quad (1)$$

Où : $R = 8 \, \Omega$, $L = 50 \, mH$.

Le couple de freinage $t_f(t)$ étant proportionnel au courant d'excitation $i(t)$ par la relation :

$$t_f(t) = K_1 i(t) \quad (2)$$

Où : $K_1 = 50 \, N.m / A$ est la constante du couple.

On dispose d'un capteur de couple délivrant une tension $v(t)$ liée au couple $t_f(t)$ par :

$$v(t) + \tau \frac{dv(t)}{dt} = K_2 t_f(t) \quad (3)$$

Où : τ est la constante de temps du capteur et K_2 est son gain.

D'autre part, le couple de freinage peut être soumis à une perturbation $d(t)$ due aux variations de température de la bobine. Ainsi le schéma bloc du frein est donné par la figure 1.

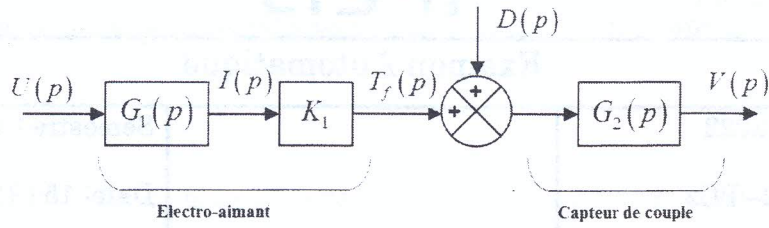


Figure 1 : Schéma bloc du frein

Avec : $U(p)$, $I(p)$, $T_f(p)$, $D(p)$ et $V(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace de $u(t)$, $i(t)$, $t_f(t)$, $d(t)$ et $v(t)$.

Les transformées de Laplace utiles sont données dans le tableau suivant.

$F(p)$	$f(t)$ pour $t > 0$
1	Impulsion de Dirac $\delta(t)$
$\frac{1}{p}$	1
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}
$\frac{1}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$ ($\xi < 1$)	$\frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t)$

I. Modélisation du système

La perturbation $d(t)$ est supposée nulle dans cette partie.

1. Afin d'étalonner le capteur de couple, on effectue un essai indiciel en appliquant un échelon de couple unitaire à l'entrée du capteur, celui-ci étant déconnecté du système. On obtient alors la réponse indicienne de la figure 2. Déduire les valeurs du gain K_2 du capteur en précisant son unité et de la constante de temps τ .

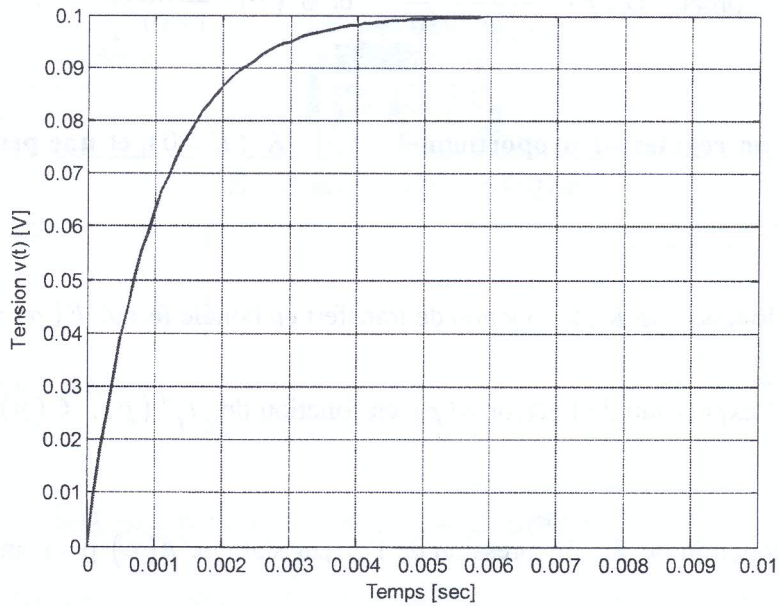


Figure 2 : Réponse indicielle du capteur de couple.

2. Déterminer les expressions numérique des fonctions de transfert $G_1(p)$ et $G_2(p)$. En

déduire la transmittance globale $G(p) = \frac{V(p)}{U(p)}$.

3. Calculer la réponse indicielle unitaire $v(t)$. Tracer l'allure de la courbe en précisant les valeurs de $v(0)$ et $v(\infty)$.

4. Tracer l'allure asymptotique du diagramme de Bode de $G(p)$.

II. Régulation du système

On considère à présent l'asservissement de couple représenté sur la figure 3 dans lequel $T_f^{ref}(p)$ est une tension, image du couple de consigne et $C(p)$ est le régulateur.

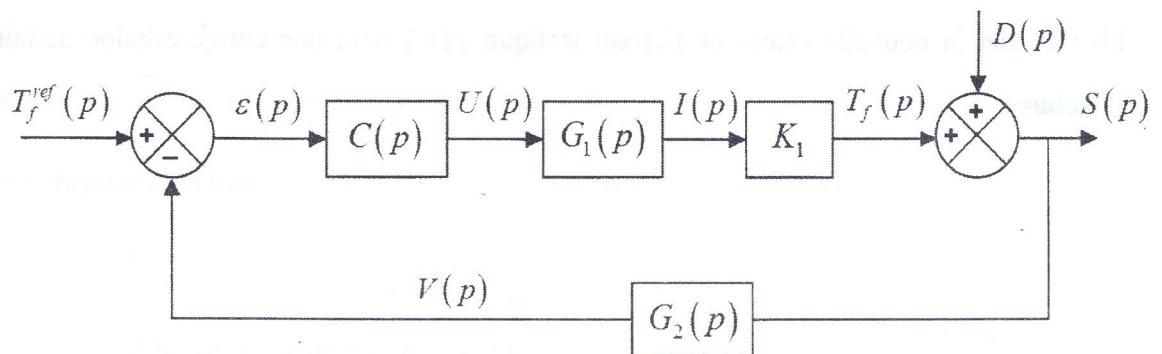


Figure 3 : Asservissement de couple.

Dans la suite, on prend : $G_1(p) = \frac{0.125}{1 + 6.25 \cdot 10^{-3} p}$ et $G_2(p) = \frac{0.1}{1 + 10^{-3} p}$.

On considère un régulateur proportionnel $C(p) = K$ ($K > 0$), et une perturbation $d(t)$ nulle.

5. Calculer en fonction de K , la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{T_f(p)}{T_f^{ref}(p)}$.
6. Déterminer l'expression de l'erreur $\varepsilon(p)$ en fonction de $T_f^{ref}(p)$, $C(p)$, K , $G_1(p)$ et $G_2(p)$.
7. Donner en fonction de K , l'expression de l'erreur statique $\varepsilon(\infty)$ pour une entrée échelon unitaire. En déduire la valeur de K permettant d'obtenir une erreur statique $\varepsilon(\infty)$ égale à 0.1
8. Pour une perturbation $d(t)$ non nulle, calculer les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ en fonction de K permettant d'écrire $S(p) = H_1(p)T_f^{ref}(p) + H_2(p)D(p)$.
9. Calculer $S(p)$ pour $K = 20$, $t_f^{ref}(t) = 0$, et une perturbation $d(t)$ de type impulsion de Dirac. Montrer que l'expression de $S(p)$ peut être mise sous la forme :

$$S(p) = 1 - \frac{b_0}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$$
En déduire l'expression de la réponse $s(t)$.

On considère à présent un correcteur intégral $C(p) = \frac{K}{p}$ ($K > 0$), et une perturbation $d(t)$ nulle.

10. Calculer en fonction de K , la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{T_f(p)}{T_f^{ref}(p)}$.
 11. Calculer la nouvelle valeur de l'erreur statique $\varepsilon(\infty)$ pour une entrée échelon unitaire.
- Conclure.