

Problème : FENTES D'YOUNG ET RESEAU

On réalise, dans l'air, l'expérience des fentes d'Young à l'aide du dispositif schématisé sur la figure ci-dessous. Ces fentes très fines, distantes de $F_1F_2 = a = 1\text{mm}$, sont éclairées par une onde provenant d'une fente source très fine F_s placée au foyer principal objet d'une lentille convergente (L_1) de distance focale image $f'_1 = 20\text{cm}$. Les trois sont parallèles à l'axe (Oy). L'observation se fait sur un écran, de centre O , se trouvant dans le plan focal image d'une lentille convergente (L_2) de distance focale image $f'_2 = 1\text{m}$.

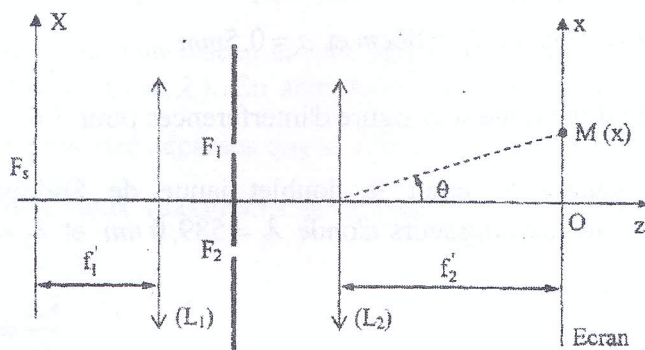


Figure 1

1. Les fentes d'Young sont éclairées par une onde monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589\text{nm}$.
 - 1.1. Déterminer la différence de phase $\delta(M)$ entre deux vibrations qui interfèrent au point M.
 - 1.2. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse $I(x)$ au point M de l'écran.
 - 1.3. Déterminer la position des franges brillantes et déduire l'interfrange i .
2. On éclaire maintenant le dispositif en lumière blanche (radiations comprises entre $\lambda_v = 400\text{nm}$ et $\lambda_R = 700\text{nm}$) ; on dispose la fente d'un spectroscope dans le plan de l'écran en un point M situé à la distance $x = 10\text{mm}$ de la frange centrale. Quel est le nombre de cannelures sombres observées en M ?
3. On utilise à nouveau la lumière monochromatique et on intercale devant F_1 , une petite lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n supposé constant. Déterminer la nouvelle différence

de marche entre les rayons qui interfèrent en M. Proposer une méthode pour déterminer l'épaisseur e .

4. On supprime la lame et on déplace la fente source d'une distance X (algébrique) tel que $|X| \ll f_1'$. Déterminer la nouvelle différence de marche entre deux rayons qui interfèrent au point M et expliquer ce qui se passe au niveau de la figure d'interférence.

5. On remplace maintenant la fente source fine par une fente source large de largeur ℓ .

La largeur ℓ , peut varier moyennant une vis micrométrique.

5.1. Déterminer l'intensité élémentaire dI en un point M de l'écran émise par une fente élémentaire de largeur dX repérée par son abscisse X .

5.2. En déduire l'intensité totale I au point M. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$I(M) = 2I_0 [1 + V(\ell) \cos \varphi]$$

Exprimer $V(\ell)$. Quel nom donne-t-on à cette fonction ?

5.3. Donner les valeurs de ℓ , qui annulent $V(\ell)$ et tracer son allure.

5.4. En déduire la longueur de cohérence spatiale L_s , en fonction de λ , f_1' et a . Calculer sa valeur pour $\lambda = 500 \text{ nm}$, $f_1' = 50 \text{ cm}$ et $a = 0,5 \text{ mm}$.

5.5. Décrire qualitativement la figure d'interférences pour $\ell = L_s$.

6. La fente source F_s émet le doublet jaune de Sodium, formé de deux radiations monochromatiques de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$. On posera $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ et $\lambda = \frac{1}{2}(\lambda_2 + \lambda_1)$.

6.1. Calculer l'intensité $I(M)$ en un point de l'écran.

6.2. Déterminer l'expression du contraste C .

6.3. Pour quelles valeurs de x le contraste est-il maximal ? A quoi correspondent ces positions.

6.4. Pour quelles valeurs de x le contraste est-il nul ? A quoi correspondent ces positions.

6.5. Etudier et tracer l'allure de l'intensité $I(M)$.

6.6. Proposer des dispositifs qui permettent de résoudre le doublet de Sodium.

7. On remplace maintenant la fente d'Yong par un réseau plan par transmission constitué de N fentes fines identiques et parallèles et de pas a .

Nous supposons d'abord qu'il est éclairé sous incidence normale par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ .

7.1. Déterminer la différence de marche δ , ainsi que le déphasage φ entre deux ondes qui convergent en M en passant par les deux fentes consécutives F_n et F_{n+1} , en fonction de a et θ .

7.2. Soit $\underline{A}_p = A_0 \exp(-j\varphi_n)$, l'amplitude complexe au point M de l'onde issue de la fente F_n . Exprimer l'amplitude complexe totale $\underline{A}$ résultante de la superposition au point M des N ondes diffractées par le réseau, en fonction de A_0 , N et φ .

7.3. En déduire que l'intensité lumineuse diffractée par le réseau dans la direction θ est

$$I(\varphi) = \underline{A} \underline{A}^* = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{N^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}, \text{ avec } I_0 = N^2 A_0^2 : \text{ et } \underline{A}^* \text{ est le complexe conjugué de } \underline{A}.$$

7.4. Etudier les variations de $I(\varphi)$ et préciser les directions des maximums principaux (Interférences constructives) et des minimums nuls.

7.5. Tracer l'allure de la courbe $\frac{I(\varphi)}{I_0}$, pour $N=4$ et pour N assez grand.

7.6. Le faisceau est en réalité polychromatique. Qu'observe-t-on sur l'écran ?

7.7. Le pouvoir de résolution d'un réseau est son aptitude à séparer deux longueurs d'ondes voisines λ et $\lambda + \Delta\lambda$ (avec $\Delta\lambda \ll \lambda$). En admettant que pour un ordre m donné, les deux longueurs d'onde ne peuvent être séparées que si $\Delta\varphi \geq \frac{2\pi}{N}$ (critère de Rayleigh) où $\Delta\varphi$ est la différence de phase entre deux maximums principaux correspondants aux deux longueurs d'ondes λ et $\lambda + \Delta\lambda$.

Montrer que $\Delta\varphi = 2\pi m \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$.

7.8. En déduire en fonction de λ , m et N le plus petit écart $\Delta\lambda_{min}$ qui peut être séparé par ce réseau.

7.9. Déterminer le nombre de fentes N que doit avoir le réseau pour pouvoir résoudre à l'ordre $m=1$ les deux radiations du sodium ($\lambda = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda + \Delta\lambda = 589,6 \text{ nm}$).