

Modélisation de la servovalve électro-hydraulique :

Le solénoïde, de résistance R et d'inductance L , engendre une force électromagnétique proportionnelle au courant $i(t)$ de la forme:

$$f(t) = k_e i(t) \quad (1)$$

Cette force entraîne le déplacement $z(t)$ du tiroir de la servovalve.

L'équation électrique décrivant le fonctionnement du solénoïde est donnée par :

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = u(t) \quad (2)$$

L'équation décrivant le mouvement du tiroir de la servovalve est donnée par :

$$m_s \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + c_s \frac{dz(t)}{dt} + k_s z(t) = f(t) \quad (3)$$

où m_s désigne la masse du tiroir de la servovalve, c_s est le coefficient de frottement visqueux et k_s est la raideur du ressort de rappel.

On suppose que les conditions initiales sont tous nulles et que $F(p)$, $I(p)$, $U(p)$ et $Z(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace de $f(t)$, $i(t)$, $u(t)$ et $z(t)$.

1. Ecrire les équations (1) et (2) décrivant le fonctionnement du solénoïde dans le domaine de Laplace.

2. En déduire la fonction de transfert $G_1(p) = \frac{F(p)}{U(p)}$.

3. Ecrire l'équation (3) décrivant le mouvement du tiroir de la servovalve dans le domaine de Laplace.

4. En déduire la fonction de transfert $G_2(p) = \frac{Z(p)}{F(p)}$

5. Montrer que la fonction de transfert de l'ensemble {solénoïde, tiroir} est de la forme :

$$G(p) = \frac{Z(p)}{U(p)} = \frac{k_0 \omega_0^2}{(1 + \tau_e p)(p^2 + 2\xi \omega_0 p + \omega_0^2)}$$

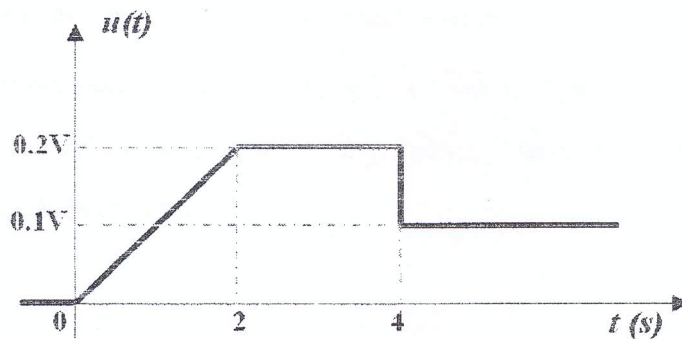
6. En déduire les expressions de $(\tau_e, k_0, \omega_0 \text{ et } \xi)$ en fonction de $(R, L, k_e, m_s, c_s \text{ et } k_s)$.

Dans la suite, on suppose que la fonction de transfert de l'ensemble {solénoïde, tiroir} est :

$$G(p) = \frac{2}{p^2 + 7p + 12}$$

7. Déterminer les pôles de ce système.
8. Donner la valeur de son gain statique en précisant l'unité.
9. Calculer la réponse impulsionnelle du système {solénoïde, tiroir}.
10. Sans calculer aucune expression, que vaut la valeur finale du déplacement du tiroir $z(\infty)$ pour les excitations respectives de 0.6 V et 1.2 V .

Le système {solénoïde, tiroir} est maintenant excité par l'entrée causale $u(t)$ ci-dessous.



11. Donner l'expression de cette entrée causale $u(t)$ en fonction de $\Gamma(t)$.

où $\Gamma(t)$ est la fonction d'Heaviside définie par : $\Gamma(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$

12. Calculer la transformée de Laplace $U(p)$ de l'entrée causale $u(t)$.
13. Dédurre la valeur finale du déplacement du tiroir $z(\infty)$ suite à l'application de cette entrée (Indication : au voisinage de zéro $e^x \approx 1 + x$).