

Devoir de Synthèse en Automatique

Asservissement de vitesse d'un moteur

On s'intéressera ici à l'asservissement de vitesse d'un moteur électrique à courant continu. La structure d'asservissement est donnée par la figure 1.

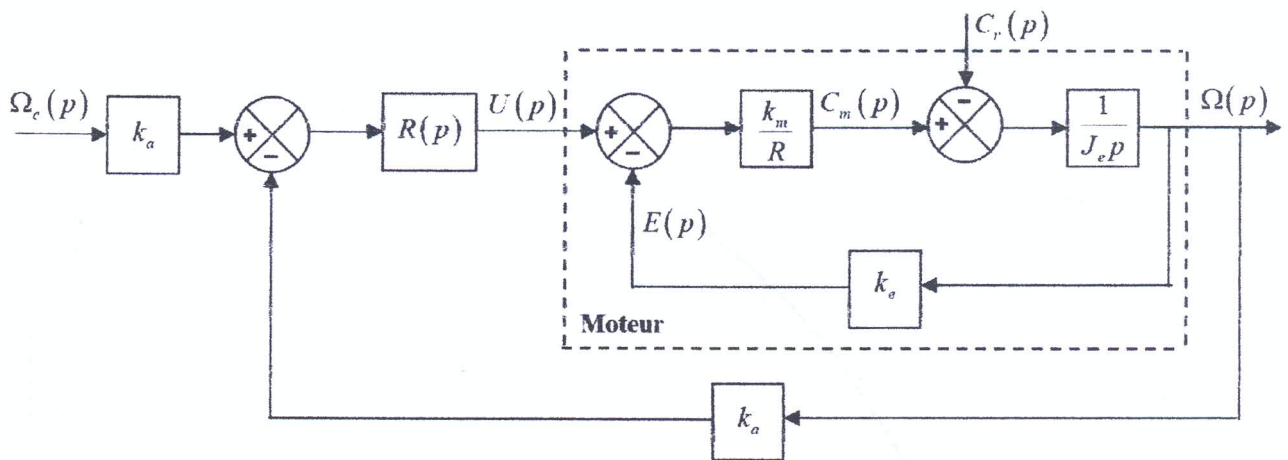


Fig.1 – Schéma fonctionnel d'asservissement de vitesse du moteur

Les paramètres du système sont regroupés dans le tableau ci-dessous où $L(*)$ est l'opérateur de la transformée de Laplace :

$\omega_c(t)$: la vitesse de consigne ($rad.s^{-1}$) ; $L(\omega_c(t)) = \Omega_c(p)$	$R(p)$: la fonction de transfert du correcteur.
$\omega(t)$: la vitesse de rotation ($rad.s^{-1}$) ; $L(\omega(t)) = \Omega(p)$	k_m : la constante de couple ($N.m / A$) .
$c_m(t)$: le couple moteur ($N.m$) ; $L(c_m(t)) = C_m(p)$	k_e : la constante de f.c.e.m ($V / rad.s^{-1}$) .
$c_r(t)$: le couple résistant ($N.m$) ; $L(c_r(t)) = C_r(p)$.	R : la résistance de l'induit (Ω) .
$u(t)$: la tension aux bornes du moteur (V) ; $L(u(t)) = U(p)$.	k_a : le gain du capteur de vitesse ($V / rad.s^{-1}$) .
$e(t)$: la force contre électromotrice (V) ; $L(e(t)) = E(p)$.	J_e : l'inertie équivalente ($kg.m^2$) .

1. Modélisation du moteur

1.1. A partir du schéma bloc du moteur, l'expression de la vitesse angulaire $\Omega(p)$ peut se mettre sous la forme $\Omega(p) = H_1(p)U(p) - H_2(p)C_r(p)$. Montrer que $H_1(p)$ et $H_2(p)$ peuvent se mettre sous la forme canonique : $H_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$; $H_2(p) = \frac{K_2}{1 + \tau_1 p}$. Exprimer K_1 , K_2 et τ_1 en fonction des paramètres du moteur k_m , k_e , R et J_e .

1.2. Pour $c_r(t) = 0 \text{ N.m}$, on donne sur la figure 2 le relevé de la réponse indicielle du moteur pour un échelon en tension d'amplitude 10 V . Identifier les valeurs de K_1 et τ_1 de la fonction de transfert $H_1(p)$.

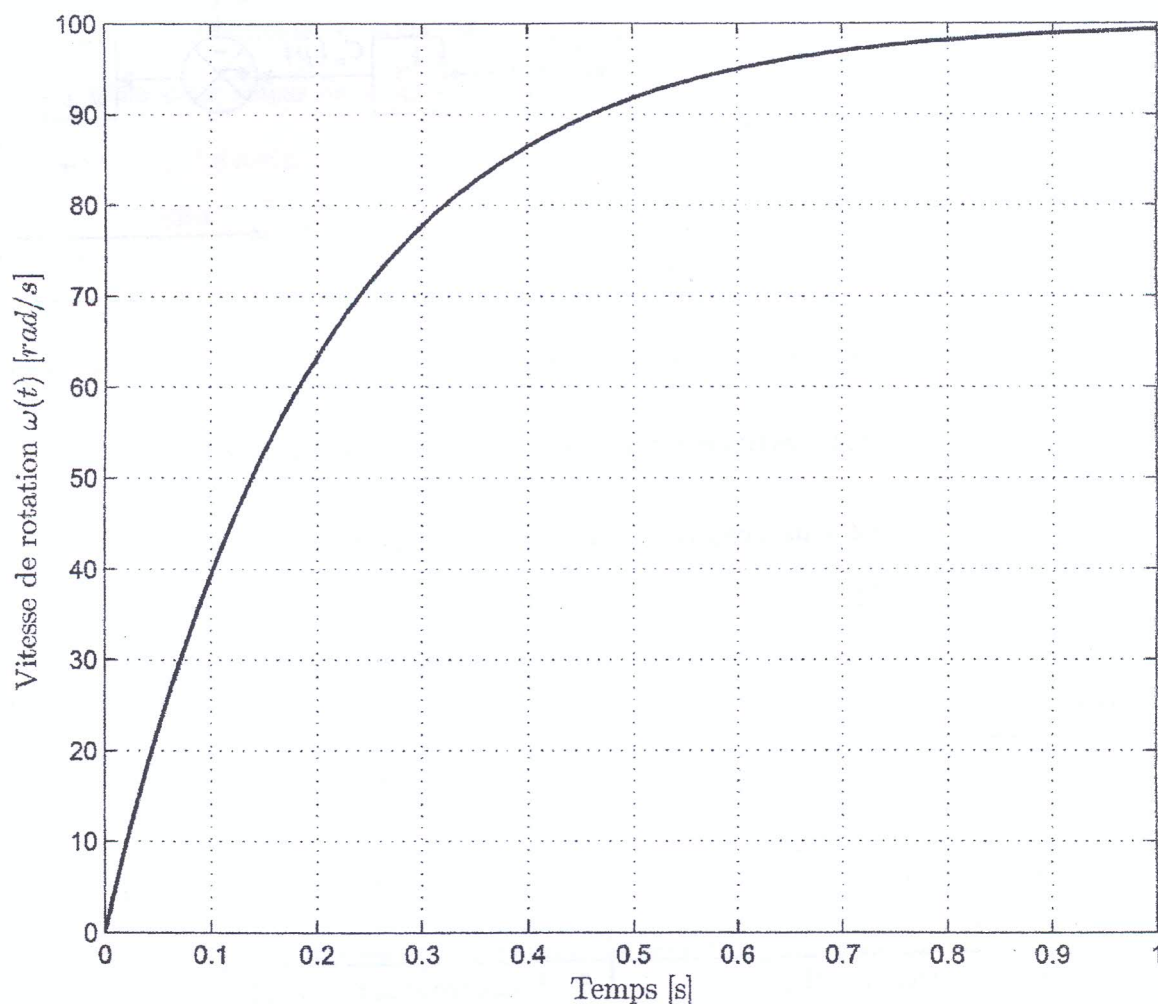


Fig.2—Réponse indicielle du moteur à un échelon de tension d'amplitude 10 V ($c_r(t) = 0$)

1.3. On considère que $R = 1 \Omega$ et $k_m = k_e$. Déduire alors les valeurs numériques des paramètres k_e , J_e et K_2 .

2. Asservissement du moteur

Le schéma bloc de l'asservissement de la figure 1 est mis sous la forme suivante en tenant compte des résultats de la question 1.1.

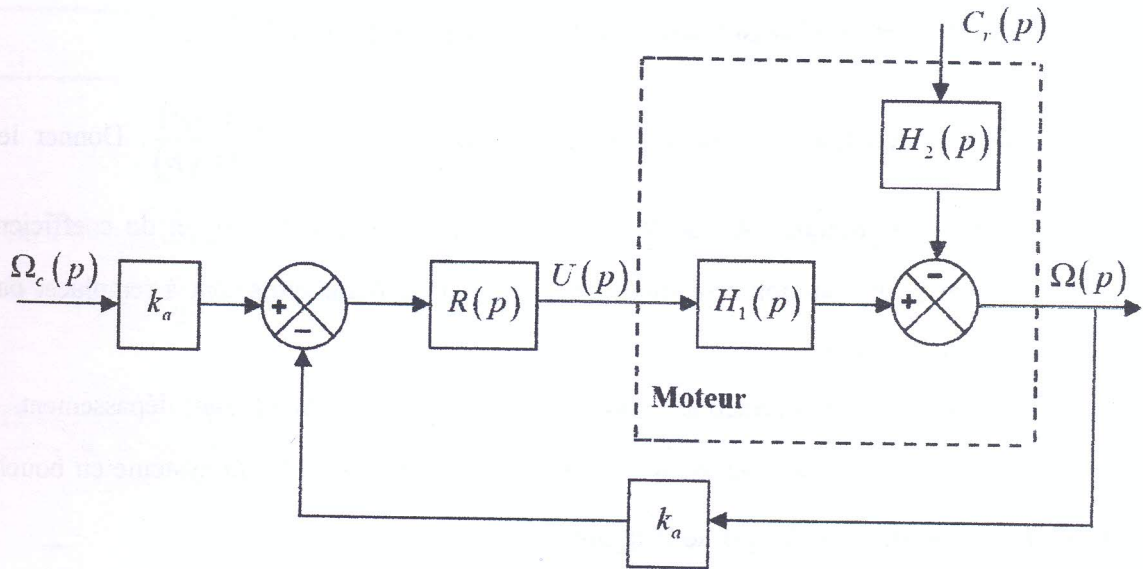


Fig.3 – Schéma fonctionnel d'asservissement de vitesse du moteur

Dans la suite, on prendra : $C_r(p) = 0$; $K_1 = 10 \text{ rad/s.V}$; $K_2 = 100 \text{ rad/s.V}$; $\tau_1 = 0.2 \text{ s}$; $k_a = 0.25 \text{ V/rad.s}^{-1}$. L'asservissement du moteur doit respecter les performances suivantes :

Performances	Valeurs souhaitées
Dépassement	Sans dépassement.
Précision	Erreur statique nulle pour une entrée en échelon.
Rapidité	Temps de réponse à $\pm 5\%$ inférieur à 2.5 s .

On considère un correcteur de type Proportionnel (P) : $R(p) = k_c$

2.1. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$ peut se mettre

sous la forme canonique $H_{BF}(p) = \frac{K_{11}}{1 + \tau p}$. Exprimer K_{11} et τ en fonction seulement de k_c

(les autres paramètres sont à remplacer par leurs valeurs numériques).

2.2. Calculer le gain k_c permettant d'assurer en boucle fermée un temps de réponse à $\pm 5\%$

$t_{r\pm 5\%} = 0.3 \text{ s}$.

2.3. Déterminer l'expression de l'erreur statique $\varepsilon(\infty) = \omega_c(\infty) - \omega(\infty)$ en fonction de k_c pour une consigne en vitesse $\omega_c(t) = 200 \text{ rad.s}^{-1}$.

2.4. Ce correcteur proportionnel permet-il de satisfaire les performances souhaitées? Justifier.

On considère maintenant un correcteur de type Intégral (I) : $R(p) = \frac{k_i}{p}$

2.5. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$. Donner les expressions du gain statique K , de la pulsation propre non amortie ω_n et du coefficient d'amortissement ξ en fonction seulement de k_i (les autres paramètres sont à remplacer par leurs valeurs numériques).

2.6. Etablir la valeur de k_i permettant d'obtenir la réponse la plus rapide sans dépassement.

2.7. Pour cette valeur de k_i , déterminer le temps de réponse à $\pm 5\%$ du système en boucle fermée ($t_{r\pm 5\%}$) à partir de l'abaque de la figure 4.

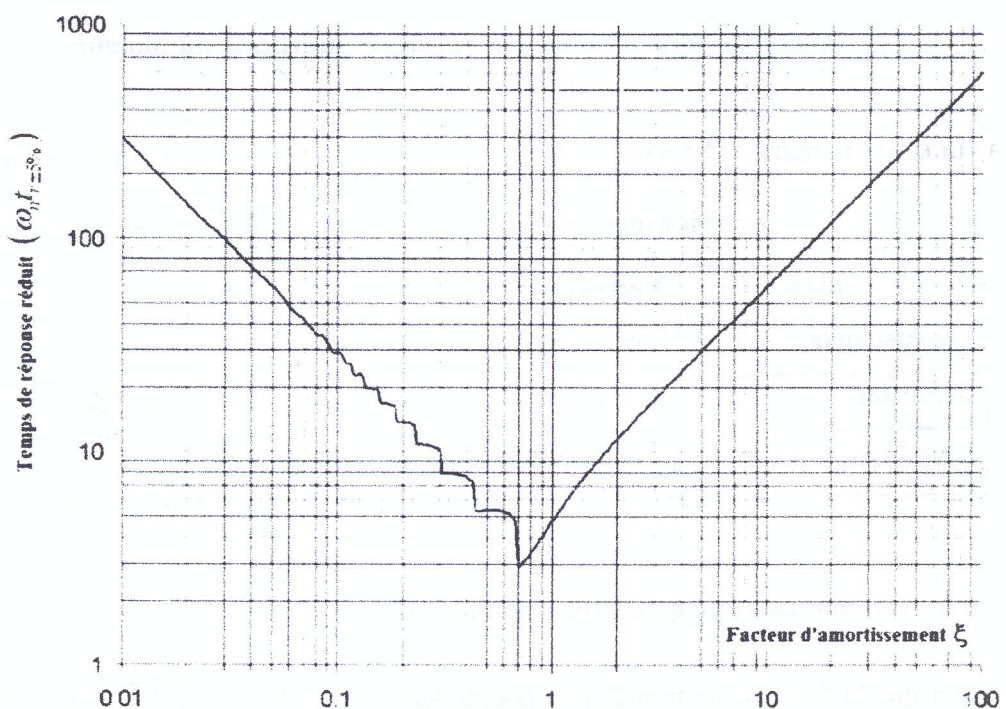


Fig. 4 – Abaque du temps de réponse réduit ($\omega_n t_{r\pm 5\%}$) en fonction de ξ .

2.8. Calculer l'erreur statique $\varepsilon(\infty) = \omega_c(\infty) - \omega(\infty)$ pour une consigne en vitesse $\omega_c(t) = 200 \text{ rad/s}$.

2.9. Ce correcteur intégral permet-il de satisfaire les performances souhaitées ?

SYSTEMES TECHNIQUES AUTOMATISES (MSI & CM)

Examen de fin du 1^{er} semestre

Préparation : MP2 & PC2

Date : le 04 / 01 / 2023

Durée : 3 heures

Documents non autorisés

L'épreuve comporte deux parties indépendantes A et B.

Partie A : Conception Mécanique

Partie B : Mécanique des Solides Indéformables

Présentation :

Le dessin d'ensemble (Document DT) représente une machine à décaper des fils d'acier d'une couche d'oxyde formée après le laminage à chaud avant d'être étirés à froid. Un moteur électrique, non représenté sur le dessin d'ensemble, entraîne en rotation, par l'intermédiaire du système poulie-courroie (4), l'arbre (3). Celui-ci par l'intermédiaire du volant (16) entraîne en rotation simultanée des brosses métalliques autour de l'arbre (24) et autour de l'axe de l'arbre (3). En passant entre les deux brosses métalliques, le fil d'acier est débarrassé de la couche d'oxyde.

Modélisation et paramétrage :

Le schéma cinématique minimal de cette machine, donné par la figure 1, illustre les principaux éléments qui composent ce mécanisme :

- Un bâti (S_0) lié au repère orthonormé direct $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen.
- Un solide (S_1) de masse m_1 en liaison pivot d'axe $(O, \vec{x}_0)$ avec (S_0). Le solide (S_1) est soumis à un couple moteur $\vec{C} = C\vec{x}_0$. Le repère $R_1(O, \vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ orthonormé direct est lié à (S_1) tel que $\theta = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$.

On note :

- G_1 le centre de masse de (S_1) tel que $\vec{OG}_1 = a\vec{x}_0$
- $[I_O(S_1)]$ la matrice d'inertie de (S_1) au point O

$$[I_O(S_1)] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

- Deux solides identiques (S_2) et (S'_2) de même masse m_2 et de centre de masse respectives G_2 et G'_2 . Ils sont composés chacun d'un disque homogène de rayon R ; d'une tige de longueur l et d'une brosse métallique de masse négligeable.

Le solide (S_2) est en liaison pivot d'axe $(C, \vec{y}_1)$ avec le solide (S_1) et en contact ponctuel de normal $(I, \vec{x}_0)$ avec le bâti (S_0) .

Le solide (S'_2) est en liaison pivot d'axe $(C', \vec{y}_1)$ avec le solide (S_1) et en contact ponctuel de normal $(J, \vec{x}_0)$ avec le bâti (S_0) .

Les repères $R_2(C, \vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$ et $R'_2(C', \vec{x}'_2, \vec{y}_1, \vec{z}'_2)$ orthonormés directs sont liés respectivement aux solides (S_2) et (S'_2) tel que $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{x}_0, \vec{x}'_2)$.

On donne :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OC} &= b\vec{x}_0 + c\vec{y}_1 & \overrightarrow{CA} &= \frac{l}{2}\vec{y}_1 & \overrightarrow{AI} &= -R\vec{x}_0 \\ \overrightarrow{OC'} &= b\vec{x}_0 - c\vec{y}_1 & \overrightarrow{C'A'} &= -\frac{l}{2}\vec{y}_1 & \overrightarrow{A'J} &= -R\vec{x}_0 & \overrightarrow{CG_2} &= d\vec{y}_1 & \overrightarrow{C'G'_2} &= -d\vec{y}_1 \end{aligned}$$

$$[I_{G_2}(S_2)] = \begin{bmatrix} I_2 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)}$$

où $[I_{G_2}(S_2)]$ est la matrice d'inertie centrale de (S_2) .

Pendant le fonctionnement de la machine, le fil d'acier en liaison glissière avec le bâti (S_0) translate avec la vitesse $\vec{V} = -V\vec{x}_0$ par rapport à R_0 .

On suppose que l'action du fil sur les solides (S_2) et (S'_2) respectivement aux points B et B' sont modélisées par les torseurs suivants :

$$\begin{aligned} \{\tau_{(fil \rightarrow S_2)}\} &= \left\{ \begin{array}{c} -X\vec{x}_0 + Y\vec{y}_1 - Z\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B & \{\tau_{(fil \rightarrow S'_2)}\} &= \left\{ \begin{array}{c} -X\vec{x}_0 - Y\vec{y}_1 + Z\vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{B'} \end{aligned}$$

Avec :

$$\overrightarrow{OB} = b\vec{x}_0 + r\vec{y}_1 \quad \overrightarrow{OB'} = b\vec{x}_0 - r\vec{y}_1$$

Hypothèses :

- Toutes les liaisons sont supposées parfaites sauf celles en B et B'
- L'action de la pesanteur sur les différents solides du système est négligée

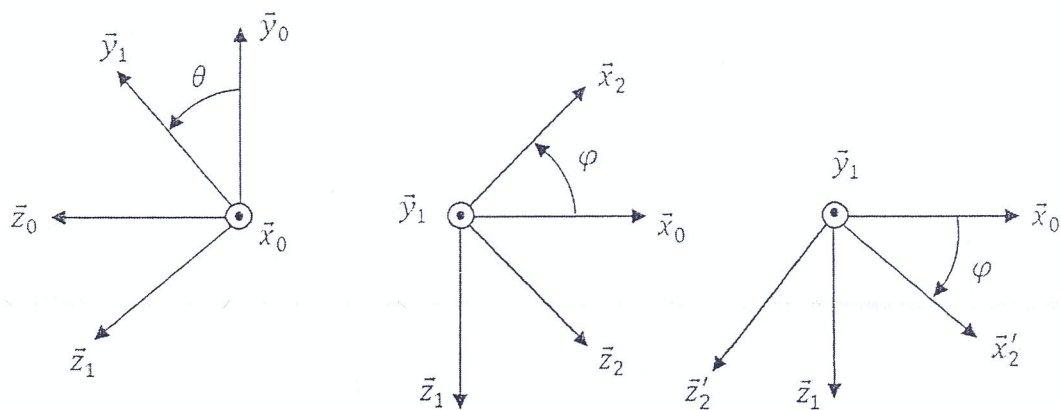
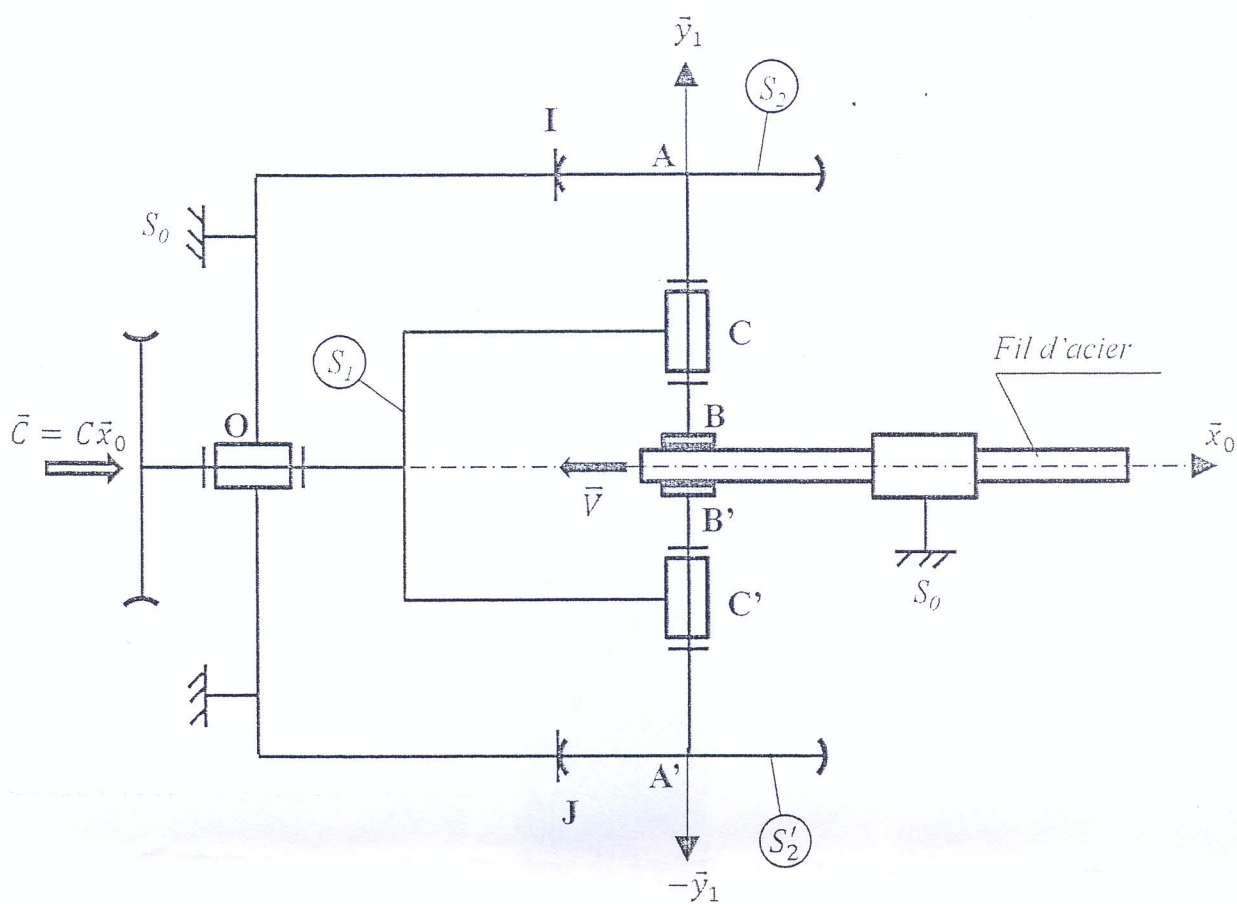
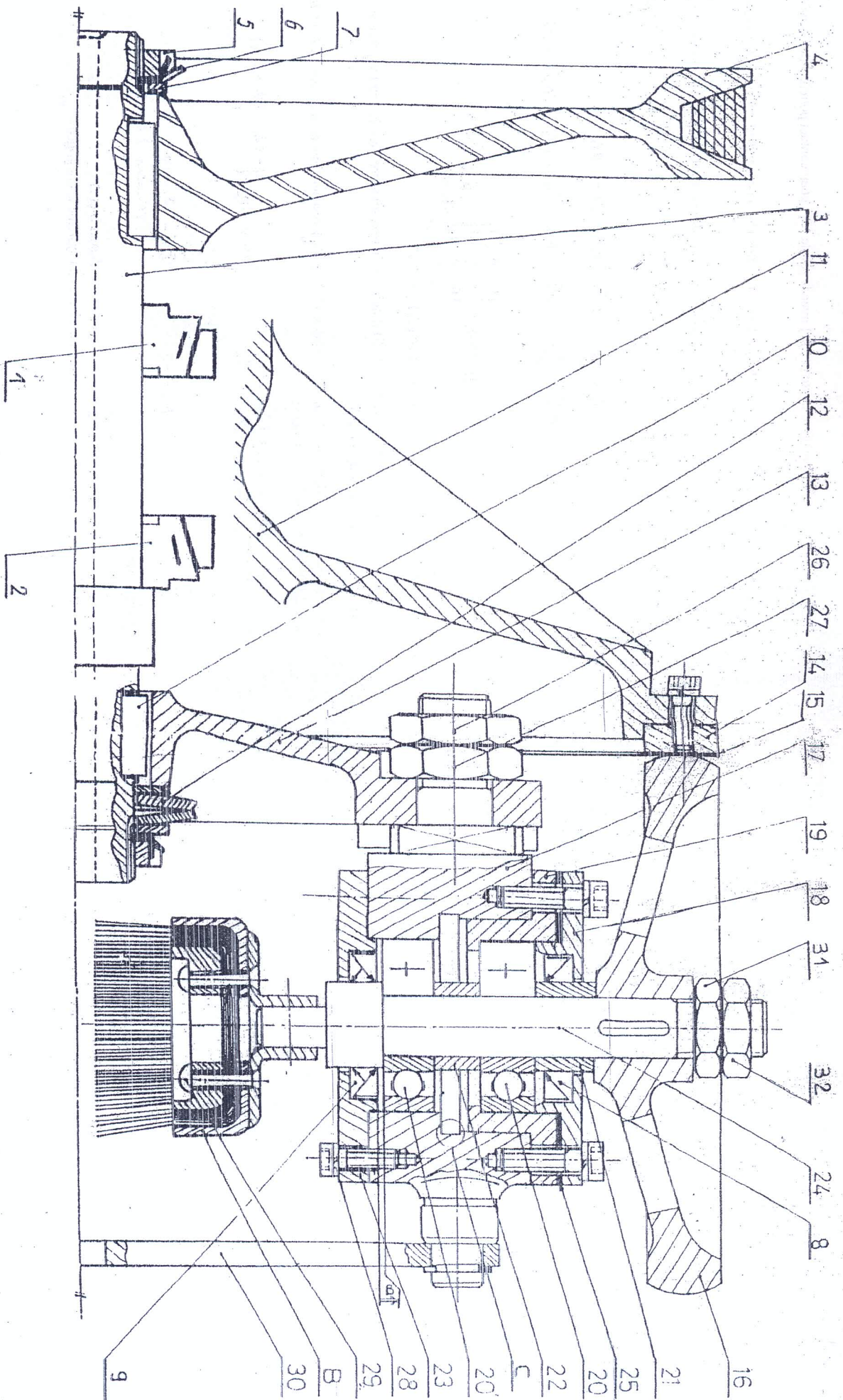


Figure 1



Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax

MACHINE À DECAPER LES FILS

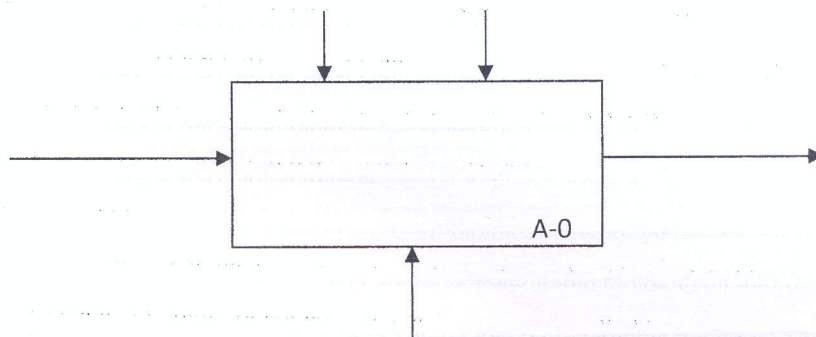
Echelle 1:1

Document DT

Document réponse

Partie A : Conception Mécanique

1) Analyse fonctionnelle : compléter l'actigramme A-0



2) Etude technologique :

2.1) Quel est le nom et le rôle de la pièce (8)

2.2) Quel est le rôle des roulements (20) et (20')

2.3) Comment est assurée la liaison complète du volant (16) avec l'arbre (24)

2.4) Quel est le matériau de la poulie (4)

NE RIEN ECRIRE ICI



Partie B : Mécanique des Solides Indéformables

Partie B-I : Etude Cinématique

I-1) Déterminer les vecteurs instantanés de rotation $\vec{\Omega}_{S_1/R_0}$, $\vec{\Omega}_{S_2/R_0}$ et $\vec{\Omega}_{S'_2/R_0}$.

$\vec{\Omega}_{S_1/R_0} = \dots\dots\dots$	$\vec{\Omega}_{S_2/R_0} = \dots\dots\dots$	$\vec{\Omega}_{S'_2/R_0} = \dots\dots\dots$
--	--	---

I-2) Déterminer les vecteurs vitesse des points C et A par rapport à R_0 .

.....

.....

.....

.....

.....

$\vec{V}(C/R_0) = \dots\dots\dots$

$\vec{V}(A/R_0) = \dots\dots\dots$

I-3) Déterminer le vecteur vitesse du point géométrique de contact I par rapport à R_0 .

.....

.....

.....

.....

.....

$\vec{V}(I/R_0) = \dots\dots\dots$

I-4) Déterminer le vecteur vitesse du point géométrique de contact I par rapport à R_2 .

.....

.....

.....

NE RIEN ECRIRE ICI



$$\vec{V}(I/R_2) = \dots\dots\dots$$

I-5) En déduire la relation traduisant la condition de roulement sans glissement au point I de (S_2) par rapport à S_0 .

I-6) Déterminer, au point de contact B, la vitesse de glissement de (S_2) par rapport au **fil d'acier**.

$$\vec{V}(B \in S_2 / \text{fil}) = \dots\dots\dots$$

Partie B-II : Etude Dynamique

II-1) Déterminer, au point O, le torseur cinétique du solide (S_1) dans son mouvement par rapport à R_0 .

$$\left\{ C_{S_1/R_0} \right\}_O =$$

NE RIEN ECRIRE ICI



II-2) Justifier la forme de la matrice d'inertie du solide (S_2) au point G_2 , exprimée dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$.

II-3) Déterminer, au point G_2 , le torseur cinétique du solide (S_2) dans son mouvement par rapport à R_0 .

$$\left\{ C_{S_2/R_0} \right\}_{G_2} =$$

II-4) Déterminer, au point G'_2 , le torseur cinétique du solide (S'_2) dans son mouvement par rapport à R_0 .

$$\left\{ C_{S'_2/R_0} \right\}_{G'_2} =$$

NE RIEN ECRIRE ICI



II-6) Déterminer, au point O, le torseur dynamique du sous-système $(S) = (S_1, S_2, S'_2)$ dans son mouvement par rapport à R_0 .

$$\left\{ D_{(S/R_0)} \right\}_0 =$$

II-7) Exprimer dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ les torseurs des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur le sous-système (S) . Utiliser la notation suivante pour exprimer les torseurs des actions mécaniques transmissibles par la liaison entre les solides S_i et S_j au point P dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$\{\tau_{S_i \rightarrow S_j}\} = \left\{ \begin{matrix} X_P & L_P \\ Y_P & M_P \\ Z_P & N_P \end{matrix} \right\}_P^{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

$\{\tau_{S_0 \rightarrow S_1}\} = \left\{ \begin{array}{c} (\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1) \\ 0 \end{array} \right\}$	

NE RIEN ECRIRE ICI



II-8) Déterminer, au point O et dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, le torseur $\{\tau(\bar{S} \rightarrow S)\}_O$.

$$\{\tau(\bar{S} \rightarrow S)\}_O =$$

NE RIEN ECRIRE ICI

✂-----

II-9) Donner le système d'équations obtenu par l'application du principe fondamental de la dynamique au sous-système (S) dans son mouvement par rapport à R_0 .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....