

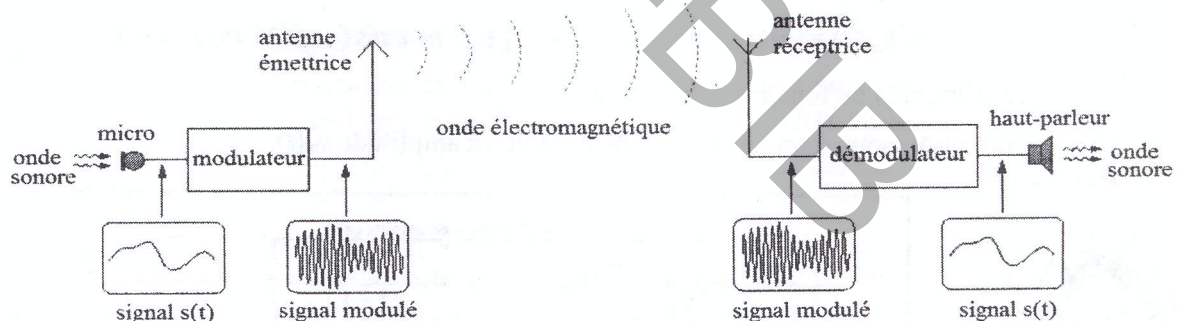


DEVOIR DE CONTRÔLE

Problème 1 : Modulation et démodulation d'amplitude

Les transmissions radios utilisent principalement deux technologies : la modulation de fréquence (Frequency Modulation : FM), ou la modulation d'amplitude (Amplitude Modulation : AM). Si la FM est aujourd'hui la plus utilisée car elle permet une transmission de meilleure qualité, l'AM est encore utilisée dans des domaines particuliers comme les transmissions radio maritimes. De plus, son étude théorique étant plus simple que celle de la FM, c'est cette technologie que nous allons ici aborder.

La chaîne de transmission d'un signal radio est schématisée ci-dessous.

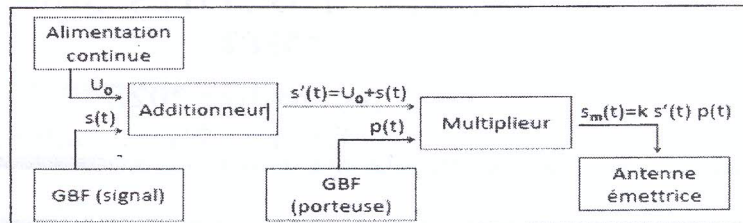


Le signal électrique $s(t)$ que l'on cherche à transmettre est un signal contenant des fréquences correspondant au domaine de l'audible (20 Hz – 20 kHz). Il est par exemple issu d'un micro, ou d'un lecteur mp3. Ce signal est ensuite modulé, via un circuit électronique modulateur, puis envoyé à une antenne qui va émettre des ondes électromagnétiques de même fréquence que le signal modulé. Le signal modulé contient des fréquences hautes devant les fréquences audibles (100 kHz à 2 MHz pour la technologie AM).

L'antenne réceptrice reçoit ensuite les ondes électromagnétiques émises par l'antenne émettrice, et les convertit en un signal électrique qui est proportionnel au signal modulé. Ce signal est ensuite démodulé via un circuit démodulateur, et l'on obtient alors un signal proportionnel au signal $s(t)$ de départ. Ce signal peut alors être envoyé vers un haut parleur si l'on souhaite l'écouter (ou vers un ordinateur si l'on souhaite l'enregistrer).

I - Fabrication d'un signal modulé en amplitude

Dans le cas de la modulation d'amplitude, le circuit électronique permettant de moduler le signal $s(t)$ peut être schématisé de la manière suivante.



- $s(t)$: signal que l'on cherche à transmettre. On suppose ici que c'est une tension fournie par un GBF.
- $p(t)$: tension sinusoïdale haute fréquence fournie par un GBF. On appelle ce signal la "porteuse".
- U_0 : tension constante.
- $s_m(t)$: signal modulé en amplitude.

On donne les expressions suivantes :

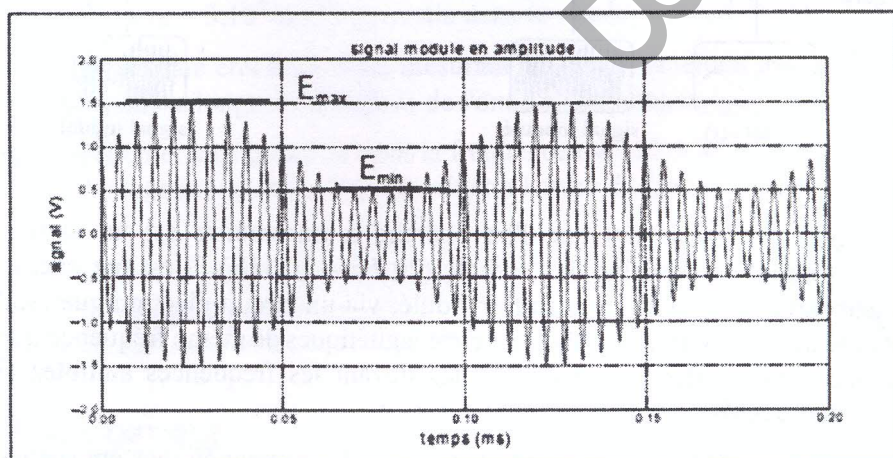
- $s(t)$ est de la forme $s(t) = S_0 \cos(\omega_s t)$, et on pose $f_s = \omega_s / 2\pi$, telle que : $20 \text{ Hz} < f_s < 20 \text{ kHz}$.
- $p(t)$ est de la forme $p(t) = E \cos(\omega_p t)$, et on pose $f_p = \omega_p / 2\pi$, telle que : $100 \text{ kHz} < f_p < 2 \text{ MHz}$.
- La constante k intervenant dans la sortie du circuit multiplieur est donnée par $k = 1/U_0$.

1. Montrer que l'expression de la tension $s_m(t)$ peut s'écrire sous la forme :

$$s_m(t) = E(t) \cdot \cos(\omega_p t) = E [1 + m \cos(\omega_s t)] \cdot \cos(\omega_p t),$$

où l'on exprimera m en fonction de S_0 et U_0 .

2. La figure ci-dessous représente le signal modulé en amplitude $s_m(t)$.



- Exprimez l'amplitude maximale du signal $E_{\max}$ et son amplitude minimale $E_{\min}$, en fonction de E et m .
- En déduire graphiquement les valeurs numériques de E et m (on montrera en particulier que $m = 0,5$).
- Déterminez également la fréquence f_s du signal $s(t)$ et la fréquence f_p de la porteuse.

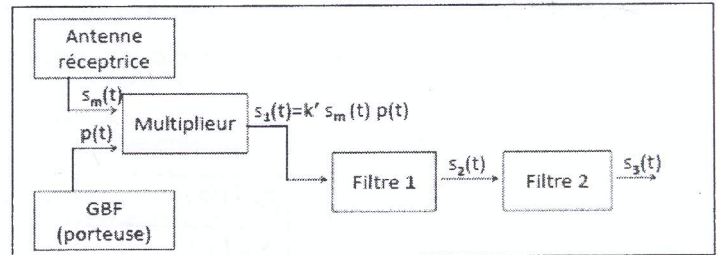
3. Écrire le signal $s_m(t)$ sous la forme d'une somme de termes sinusoïdaux et représentez son spectre en fonction de la fréquence.

Indication : On n'oubliera pas d'indiquer clairement l'échelle des abscisses et des ordonnées.

4. Quelle est la valeur moyenne de $s_m(t)$?

II - Démodulation du signal par détection synchrone

On se place maintenant du côté de la réception du signal. On suppose que la transmission du signal via les antennes est parfaite, et donc que le signal délivré par l'antenne réceptrice est identique au signal émis $s_m(t)$ (ce qui est impossible en réalité).



On cherche donc maintenant à retrouver le signal $s(t)$ à partir de $s_m(t)$, c'est-à-dire à démoduler le signal. Le circuit électronique permettant cette étape est schématisé ci-contre. On suppose que l'on dispose d'une GBF fournissant un signal identique à la porteuse $p(t)$.

5. On s'intéresse maintenant au signal $s_1(t)$ obtenu en sortie du multiplieur. La constante k' intervenant en sortie du multiplieur est donnée par $k' = 1/E$.

5.a. Exprimer le signal $s_1(t)$ en sortie du multiplieur sous la forme d'une somme de termes sinusoïdaux,

$$s_1(t) = \sum_{n=1}^5 s_{1n} \cos(2\pi f_{1n} t)$$

où les amplitudes s_{1n} sont exprimées en fonction de E et m . Les fréquences f_{1n} , exprimées en fonction de f_s et f_p , seront classées par ordre croissant ($f_{11} < f_{12} < \dots < f_{15}$).

Indication : Une constante peut être considérée comme une sinusoïde de fréquence nulle.

5.b. Reproduisez sur votre copie le tableau ci-dessous, et complétez-le avec des valeurs numériques. On utilisera pour les valeurs de E , m , f et f_p les valeurs trouvées à la question 2.

n	1	2	3	4	5
f_{1n} (Hz)					
s_{1n} (V)					



5.c. Représentez le spectre en fréquence de $s_1(t)$.

5.d. Quelle est la valeur moyenne de $s_1(t)$?

6. On étudie ici le filtre 1 présent en sortie du multiplieur. La fonction de transfert de ce filtre s'écrit, en fonction de $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$:

$$\underline{H}(jx) = \frac{2}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}}, \text{ avec :}$$

- Q le facteur de qualité : $Q = 1/\sqrt{2}$
- ω_0 la pulsation caractéristique : $\omega_0 = 2\pi f_0$, avec $f_0 = 50$ kHz.

6.a. Tracer schématiquement le diagramme de Bode de ce filtre. Quelle est la nature de ce filtre ?

6.b. Déterminer sa bande passante à $-3dB$.

7. On cherche maintenant à déterminer le signal $s_2(t)$ en sortie du filtre 1.

7.a. Justifiez sans calcul que $s_2(t)$ est de la forme :

$$s_2(t) = \sum_{n=1}^5 s_{2n} \cos(2\pi f_{2n}t + \Phi_{2n})$$

avec pour tout $n : f_{2n} = f_{1n}$.

7.b. Donnez l'expression générale de s_{2n} en fonction de s_{1n} , f_{1n} , f_0 et Q .

7.c. Reproduisez et complétez le tableau ci-dessous avec des valeurs numériques.

n	1	2	3	4	5
f_{2n} (Hz)					
s_{2n} (V)					

7.d. Quels termes peuvent être négligés dans l'expression de $s_2(t)$?

7.e. Représentez alors le spectre en fréquence de $s_2(t)$, ainsi qu'un graphe de la fonction $s_2(t)$.

7.f. Le signal $s_2(t)$ est-il proportionnel à $s(t)$?

8. Proposer (donner le circuit) un filtre 2 à placer après le filtre 1, afin d'obtenir un signal $s_3(t)$ proportionnel au signal $s(t)$. On donnera précisément le type de filtre envisagé ainsi que sa bande passante. Etudier le comportement de ce filtre à basse fréquences.

III - Intérêt de la modulation

Un des nombreux intérêts de la modulation est que l'émission d'ondes électromagnétiques est plus facile à réaliser pour des signaux de hautes fréquences. Ceci est dû au fait que de manière générale, une antenne émettrice doit avoir des dimensions du même ordre de grandeur qu'une demi-longueur d'onde de l'onde électromagnétique qu'elle émet.

On considèrera dans les questions suivantes que les ondes électromagnétiques considérées se déplacent dans l'air à la même vitesse c ($c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$) que celle dans le vide.

9. Une radio possède une antenne émettrice AM, mesurant 120 m, et émettant un signal de fréquence voisine de 864 kHz. Quelle est la longueur d'onde λ_1 de l'onde électromagnétique émise ? Commenter.

10. Une autre station radio émet un signal FM dont la fréquence est 107,1 MHz. Quelle est la longueur d'onde λ_2 de l'onde électromagnétique émise ? Quel doit être l'ordre de grandeur de la taille de l'antenne émettrice ?

11. Imaginons que l'on décide d'émettre un signal, issu d'un micro, dont la fréquence caractéristique serait 10 kHz, sans le moduler. Quelle serait alors longueur d'onde de l'onde électromagnétique à émettre? Est-il possible de fabriquer une antenne pouvant émettre ce signal ?

Problème 2 : Haut-parleur

Un haut-parleur électrodynamique est constitué :

- d'un aimant permanent fixe, d'axe horizontal $x'x$ qui crée un champ magnétique $\vec{B}$ radial et de norme constante B dans la région utile de l'entrefer,
- d'une bobine mobile indéformable, de même axe $x'x$, comportant N spires circulaires de rayon a , placée dans l'entrefer de l'aimant,

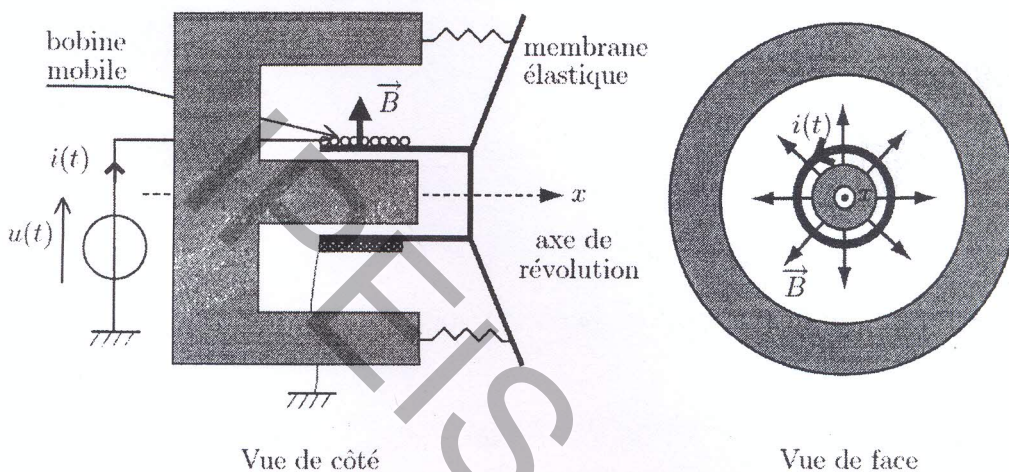


- d'une membrane solidaire de la bobine et pouvant effectuer des déplacements axiaux de faible amplitude. La membrane est ramenée vers sa position d'équilibre par une force élastique modélisée par un ressort de raideur k , solidaire de l'aimant à une extrémité et solidaire de la membrane à l'autre extrémité.

L'ensemble mobile (membrane + bobine) de masse m et repéré par son abscisse $x(t)$ lorsqu'il est en mouvement, est soumis aux forces suivantes :

- son poids et la réaction du support, verticale et opposée au poids,
- la force de rappel du ressort de raideur k ,
- la résultante des forces de Laplace exercées par l'aimant sur la bobine lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité $i(t)$,
- une force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse : $\vec{F} = -\lambda \frac{dx}{dt} \vec{u}_x$.

La position $x = 0$ correspond à la position de repos du système quand $i = 0$.



L'étude sera menée dans le référentiel terrestre, considéré comme galiléen.

1. Expliquer qualitativement le fonctionnement du haut-parleur.

2. Soit $d\vec{f}$ la force élémentaire s'exerçant sur un petit élément idl de courant de la bobine (on supposera que l'intensité i sur la figure est positive).

Expliciter $d\vec{f}$ en fonction de i , dl , B et un vecteur unitaire que l'on précisera.

En déduire la résultante $\vec{f}$ s'exerçant sur l'ensemble de la bobine. On posera $l = 2\pi Na$.

3. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, en déduire l'équation différentielle liant $x(t)$ et ses dérivées à l'intensité $i(t)$. Cette équation sera désignée par équation (M).

4. Compte tenu de son déplacement dans l'entrefer de l'aimant à la vitesse $\vec{v} = v \vec{u}_x$, et en supposant que le couplage électromécanique est parfait, montrer que la force électromotrice induite par le déplacement de la bobine est $e(t) = Blv$.

5. La bobine de résistance R et d'inductance propre L est connectée à une source idéale de tension qui délivre une tension $u(t)$.

Déterminer une équation différentielle vérifiée par $i(t)$. Cette équation sera désignée par équation (E).

La source de tension délivre une tension sinusoïdale : $u(t) = U \cos(\omega t)$. On se propose d'étudier le régime sinusoïdal forcé pour une pulsation ω .

Utilisons les images complexes $\underline{u}$, $\underline{i}$ et $\underline{v}$ de $u(t)$, $i(t)$ et $v(t)$, ($v(t)$ représentant la vitesse de déplacement de l'ensemble mobile) : $\underline{u}(t) = \underline{U}e^{j\omega t}$, $\underline{i}(t) = \underline{I}e^{j\omega t}$, $\underline{v}(t) = \underline{V}e^{j\omega t}$, avec : $j^2 = -1$. $\underline{U}$, $\underline{I}$ et $\underline{V}$ sont les amplitudes complexes de $u(t)$, $i(t)$ et $v(t)$.

6.

- A partir de l'équation (M), exprimer $\underline{V}$ en fonction de $\underline{I}$, B , l , m , ω , λ et k .
A partir de l'équation (E), donner une relation entre $\underline{U}$, $\underline{I}$, $\underline{V}$, R , l , L , ω et B .
- En déduire une relation entre $\underline{U}$ et $\underline{I}$ que l'on mettra sous la forme $\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$ où $\underline{Z}$ est une impédance complexe que l'on exprimera en fonction de R , L , B , l , m , λ , k et ω .
- Montrer que $\underline{Z}$ peut se mettre sous la forme : $\underline{Z} = R + jL\omega + \underline{Z}_m$ avec :

$$\underline{Z}_m = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{jL_1\omega} + jC_1\omega}$$

Z_m s'appelle : impédance motionnelle liée au mouvement de la bobine.

On donnera les expressions de R_1 , L_1 et C_1 en fonction de B , l , m , λ , et k .

- Réaliser le schéma électrique équivalent à l'impédance d'entrée du haut-parleur.

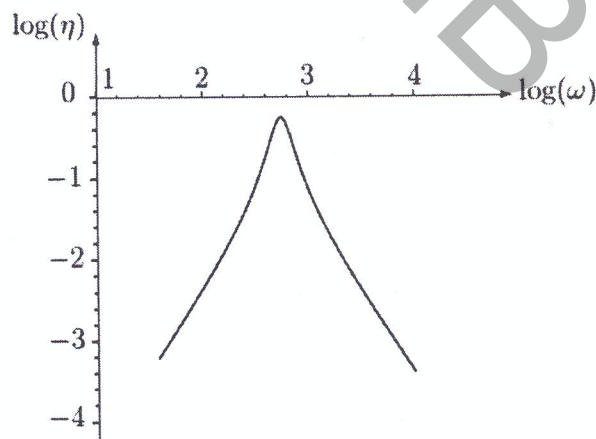
- En multipliant l'équation (M) par v et l'équation (E) par i , déterminer le bilan énergétique et le mettre sous la forme :

$$u(t) \cdot i(t) = \frac{dW}{dt} + P_J(i(t)) + P_A(v(t))$$

Donner l'interprétation énergétique ainsi que celle de tous les termes intervenant dans ce bilan.

8.

- En régime sinusoïdal, comment se répartit en moyenne la puissance fournie par le générateur ?
- Définir alors le rendement η du haut-parleur et donner son expression en fonction de $\langle i(t) \rangle$ et $\langle v(t) \rangle$.
- Pour le haut-parleur étudié ci-dessus, on donne la courbe $\eta(\omega)$ en échelle logarithmique :



Commenter cette courbe et déduire le comportement du haut-parleur en fonction de la fréquence.

Pour quelle fréquence le rendement est-il maximal ?

Dans quelle gamme de fréquence l'utilisation du haut-parleur est-elle intéressante ?

Expliquer pourquoi les enceintes acoustiques comportent plusieurs haut-parleurs.