



**ÉPREUVE DE PHYSIQUE
DE LA FIN DU SECOND SEMESTRE**

MP2

Mai 2024

Durée : 4h

- L'épreuve comporte deux problèmes indépendants
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant clairement les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- On veillera à une présentation et une rédaction, claires et soignées des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.
- Si un résultat donné dans l'énoncé est non démontré, il peut néanmoins être admis pour les questions suivantes.

Données :

- Vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- Masse molaire du néon : $M_{\text{Ne}} = 20,1 \text{ g.mol}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro : $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Constante de Boltzmann : $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
- Accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$
- Masse de l'électron : $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Électron-Volt : $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
- Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
- Dans le système de coordonnées cylindriques : $\vec{\text{grad}} f(r, \theta, z) = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{u}_z$.

PROBLEME I. Échangeur thermique : un dispositif essentiel pour le transfert thermique

Les échangeurs thermiques jouent un rôle crucial dans de nombreux domaines industriels, notamment dans les pompes à chaleur, les machines frigorifiques et les cumulus d'eau chaude. Ces dispositifs permettent de transférer efficacement la chaleur d'un fluide à un autre.

Ils existent sous différentes formes, notamment les échangeurs à plaques, à tubes, à faisceau tubulaire et à spirale. Chaque type est adapté à des besoins spécifiques, offrant des avantages tels qu'une efficacité de transfert de chaleur élevée, une robustesse et une facilité de nettoyage.

Les échangeurs à contre-courant et à flux croisé optimisent le processus en permettant aux fluides de circuler de manière efficace, économisant ainsi de l'énergie et améliorant les performances des systèmes.

Dans cette étude, on s'intéresse à un échangeur thermique à contre-courant permettant le transfert d'énergie thermique entre deux liquides :

- l'eau glycolée circulant dans le cumulus d'eau chaude d'une part ;
- l'eau à usage domestique d'une habitation d'autre part.

Ces deux liquides, supposés indilatables et incompressibles, sont mis en contact thermique au sein de l'échangeur via des canalisations dans lesquelles ils se déplacent en sens opposé. Dans la zone active de l'échangeur, représentée sur les figures 1-a et 1-b, s'opère le transfert thermique entre les deux liquides. Les canalisations sont calorifugées, exceptées au niveau de leur surface commune,

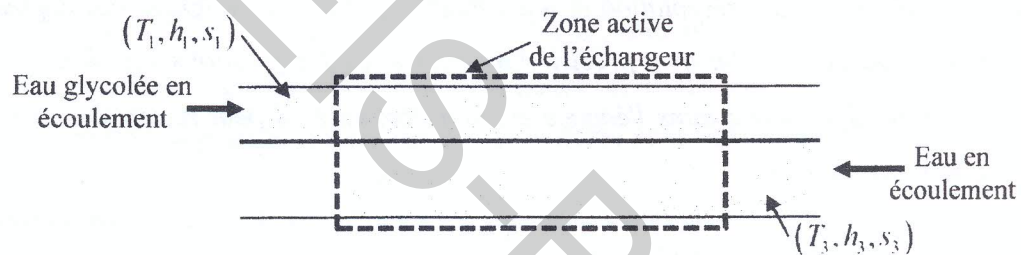


Figure 1-a : Échangeur à l'instant initial

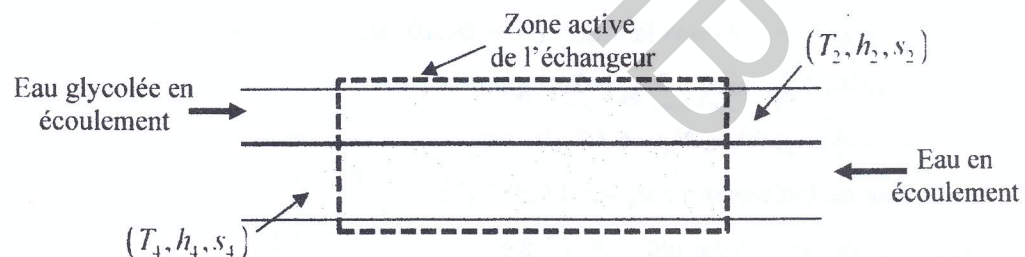


Figure 1-b : Échangeur à l'instant final

On note d_e et d_g respectivement le débit massique d'eau et d'eau glycolée. On note également T_i , h_i et s_i respectivement : la température, l'enthalpie massique, l'entropie massique du fluide désigné par $i \in \{1; 2; 3; 4\}$, sachant que :

- $i = 1$ fait référence à l'entrée d'eau glycolée dans la zone active.
- $i = 2$ fait référence à la sortie d'eau glycolée de la zone active.
- $i = 3$ fait référence à l'entrée d'eau dans la zone active.
- $i = 4$ fait référence à la sortie d'eau de la zone active.

Les écoulements sont supposés horizontaux et en régime stationnaire. On néglige la variation d'énergie cinétique des fluides lors de leur passage dans l'échangeur.

Bilan enthalpique

On donne l'expression du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement permanent :

$$\sum_{k' \in \text{Sorties}} d_{k'} h_{k'} - \sum_{k \in \text{Entrées}} d_k h_k = p_u + p_{th} \quad (\text{Eq 1})$$

où p_u désigne la puissance massique échangée entre le système et les parois mobiles qui le délimitent et p_{th} est la puissance massique échangée entre le système et l'extérieur par transfert thermique.

Q1. Donner la signification physique de chacun des termes d_k , $d_{k'}$, h_k et $h_{k'}$ de l'équation (Eq 1).

Q2. En définissant clairement le système d'étude, montrer que :

$$d_g c_g (T_2 - T_1) + d_e c_e (T_4 - T_3) = 0$$

où c_e et c_g désignent respectivement la capacité thermique massique de l'eau et de l'eau glycolée.

Q3. Calculer numériquement le débit massique d'eau d_e .

On donne : $c_g = 3,29 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $d_g = 10,0 \text{ kg.s}^{-1}$, $T_1 = 10,0^\circ\text{C}$, $T_2 = 15,0^\circ\text{C}$, $T_3 = 15,0^\circ\text{C}$ et $T_4 = 12,0^\circ\text{C}$.

Bilan entropique

Q4. Par application du second principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement permanent, montrer que :

$$\sum_{k' \in \text{Sorties}} d_{k'} s_{k'} - \sum_{k \in \text{Entrées}} d_k s_k = \frac{\delta S^{\text{éch}}}{\delta t} + \frac{\delta S^{\text{cré}}}{\delta t} \quad (\text{Eq 2})$$

Donner la signification physique de chacun des termes intervenant dans cette équation (Eq 2).

L'entropie d'un corps indilatable et incompressible, de capacité thermique massique c et de température T , est donnée à une constante additive près par :

$$s(T) = c \ln(T) + \text{cte}.$$

Q5. Déterminer l'expression du taux de création d'entropie par unité de temps dans l'échangeur.

Q6. Calculer sa valeur numérique et indiquer l'origine physique de l'irréversibilité le cas échéant.

Isolation thermique d'une canalisation d'eau

Après avoir transité dans l'échangeur thermique, l'eau alimente le réseau d'une habitation. Afin de limiter les pertes thermiques dans les canalisations, on se propose, dans cette partie, d'étudier quelques solutions d'isolation thermique.

La canalisation est cylindrique, d'axe Oz , de rayon r_i et de longueur $L \gg r_i$. L'eau y circulant est à la température T_i . L'objectif de cette partie est de comparer les pertes latérales de la canalisation sans ou avec un isolant.

On adopte le modèle suivant :

- seule la conduction thermique radiale, c'est-à-dire dans une direction perpendiculaire à l'axe Oz , est prise en compte. On néglige donc la conduction selon l'axe Oz ;
- la température de l'eau dans la canalisation est supposée uniforme. La conduction radiale s'opère donc pour $r \geq r_i$ uniquement ;
- l'étude est menée en régime stationnaire ;
- on néglige l'épaisseur de la paroi de la canalisation.

Sans isolant thermique (**Figure 2-a**), la canalisation est en contact avec l'air intérieur de l'habitation, de température T_0 .

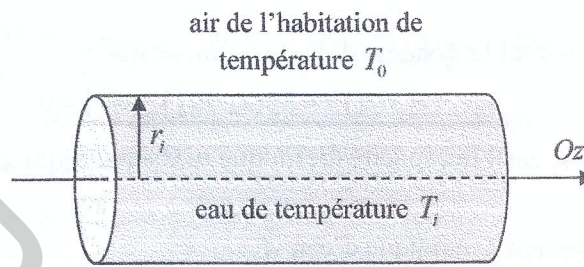


Figure 2-a : canalisation sans isolant

Q7. La densité surfacique de puissance thermique échangée par transfert conducto-convectif au niveau de la surface latérale de la canalisation est donnée par la loi de Newton $\vec{j}_Q = h(T_i - T_0)\vec{u}_r$, où h est une constante dimensionnée appelée coefficient d'échange et $\vec{u}_r$ le vecteur unitaire radial de la base cylindrique. Exprimer la puissance thermique P_{th} transférée au niveau de la surface latérale du système.

On applique désormais un isolant thermique sur la canalisation précédente. L'isolant possède un rayon intérieur r_i et un rayon extérieur r_e (**figure 2-b**). En un point situé à une distance r de l'axe Oz et situé à l'intérieur de l'isolant, c'est-à-dire pour $r_i \leq r \leq r_e$ en repérage cylindrique, la température est notée $T(r)$. On note $T_e = T(r_e)$ et $T_i = T(r_i)$.

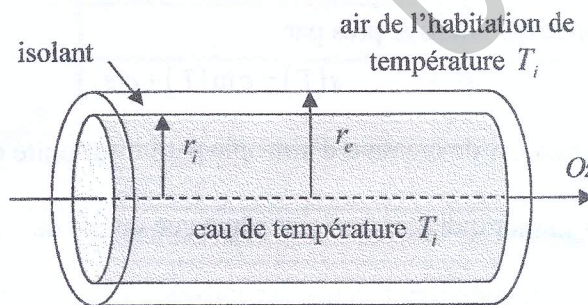


Figure 2-b : canalisation avec isolant

Dans la suite, le transfert conducto-convectif au niveau de la surface intérieure de l'isolant n'est pas pris en compte. La température de part et d'autre de la surface intérieure de l'isolant est continue : $T(r_i^-) = T(r_i^+) = T_i$.

Q8. On suppose que le coefficient d'échange en $r = r_e$ est h . Exprimer la puissance thermique $P_{th,isolant}$ échangée au niveau de la surface latérale extérieure de l'isolant par conduction-convection en fonction de h , T_0 , T_e , L et r_e .

On note $P_{cond}(r)$ la puissance thermique associée au phénomène de conduction thermique dans l'isolant, traversant un cylindre de longueur L et de rayon r tel que $r_i \leq r \leq r_e$.

Q9. En effectuant un bilan d'énergie interne sur un cylindre de longueur L , de rayons interne r et externe $r+dr$ tels que $r_i \leq r \leq r+dr$ (avec $dr \ll r$), montrer qu'en régime stationnaire $P_{cond}(r)$ est indépendante de r , soit : $\frac{dP_{cond}(r)}{dr} = 0$.

Q10. En déduire que : $P_{cond}(r) = P_{th,isolant}$.

Q11. Rappeler l'expression de la loi de Fourier relative à la conduction thermique en exprimant le vecteur densité surfacique de flux de conduction thermique $\vec{j}_{cond}(r) = j_{cond}(r)\vec{u}_r$ en fonction notamment de la conductivité thermique de l'isolant λ supposée uniforme.

Q12. Déterminer l'expression de la puissance thermique $P_{cond}(r)$.

Q13. Déduire des questions précédentes que : $\frac{dT}{dr} = \frac{hr_e}{\lambda r}(T_0 - T_e)$.

Q14. En déduire l'expression de $T(r)$.

Q15. En déduire que : $T_e = T_0 + \frac{T_i - T_0}{1 + \frac{hr_e}{\lambda} \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}$.

Q16. Montrer que : $\frac{P_{th}}{P_{th,isolant}} = \frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$, avec $x = \frac{r_e}{r_i}$ et α à exprimer en fonction de h , r_i et λ .

On envisage deux solutions d'isolation différentes. On donne pour chacune d'elles :

$h = 3,0 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ et $r_i = 2,0 \text{ cm}$.

- Solution d'isolation n°1 : l'isolant est du polyuréthane de conductivité thermique $\lambda_1 = 0,025 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Le graphe de $\frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ en fonction de x est représenté sur la figure 3-a ci-dessous pour la valeur de α correspondante.

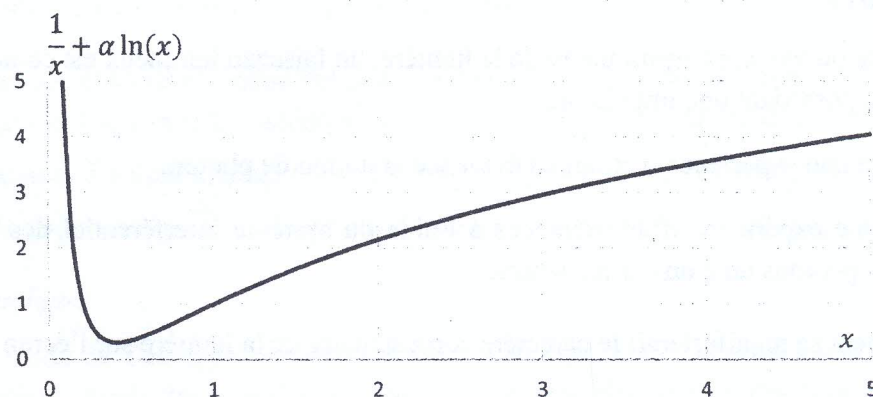


Figure 3-a : graphe de $\frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ en fonction de x pour la valeur de α du polyuréthane

- Solution d'isolation n°2 : l'isolant est du plâtre, de conductivité thermique λ_2 .

Le graphe de $\frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ en fonction de x est représenté sur la figure 3-b pour la valeur de α correspondante. L'encart représente un agrandissement pour $0 \leq x \leq 10$.

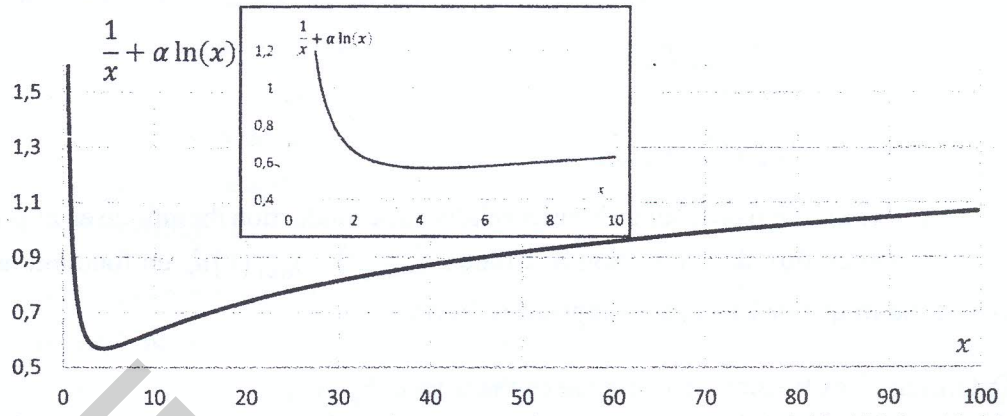


Figure 3-b : graphe de $\frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ en fonction de x pour la valeur de α du plâtre

En s'appuyant sur les graphes des figures 3-a et 3-b :

- Q17. Quelle est l'isolation la plus efficace avec du plâtre ou polyuréthane ? Justifier votre réponse.
- Q18. Est-il toujours efficace d'isoler avec du plâtre ? Le cas échéant, déterminer à partir de quelle valeur de r_e l'isolation au plâtre devient efficace et commenter.
- Q19. Pour quelle valeur x_m de x la fonction $\frac{1}{x} + \alpha \ln(x)$ admet-elle un minimum ?
- Q20. En déduire la valeur numérique de la conductivité thermique du plâtre λ_2 .

PROBLEME II. Dualité onde-corpuscule et Onde de matière

Préliminaires

Dans le cadre du modèle corpusculaire de la lumière, un faisceau lumineux est constitué de photons tous identiques et possédant une impulsion.

- Q21. Décrire une expérience mettant en évidence la notion de photon.

On réalise une expérience d'interférences à l'aide du système interférentiel des fentes de Young en envoyant les photons un à un sur les fentes.

- Q22. Comment se manifesterait le caractère corpusculaire de la lumière sur l'écran ?

- Q23. Peut-on prévoir la position de l'impact d'un photon ? Justifier votre réponse.

- Q24. Représenter l'aspect de l'écran d'observation après une durée suffisante.

Q25. En rapprochant les deux modèles corpusculaire et ondulatoire, comment peut-on interpréter le carré du champ électrique ?

Q26. Calculer le nombre de photons émis par seconde par un laser hélium-néon de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ et de puissance $P = 1,0 \text{ mW}$. Expliquer pourquoi l'aspect corpusculaire n'apparaît généralement pas dans le cadre des expériences d'optique.

Interférence des ondes de matière

Dualité onde-corpuscule

Louis de Broglie a eu l'audace d'imaginer en 1923 que les corpuscules de quantité de mouvement p puissent se comporter comme des ondes de longueur d'onde λ_{DB} .

Q27. Une particule quantique peut-elle se comporter simultanément comme une onde et comme une particule ?

Q28. La relation de Louis de Broglie correspondante est $\lambda_{DB} = \frac{h}{p}$. Dans quel cas peut-elle s'écrire sous la forme approchée $\lambda_{DB} = \frac{h}{mv}$?

L'atome d'hydrogène est constitué d'un électron de masse m_e en interaction électromagnétique avec un proton de masse m_p .

Q29. On peut définir une énergie E caractéristique de l'atome à partir des constantes h , $q_e^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ et m_e . Montrer que cette énergie E peut être approximée à $\left(-\frac{p^2}{2m_e}\right)$. Par une analyse dimensionnelle et à un facteur numérique de proportionnalité près, établir une expression possible pour l'énergie E . Calculer sa valeur. On prendra le facteur numérique de proportionnalité égal à un.

Q30. Reprendre la question précédente pour trouver une vitesse caractéristique v . Commenter le résultat, sachant qu'on peut négliger les effets relativistes dans la théorie quantique pour $v < 0,1c$. En déduire, en eV , un ordre de grandeur de l'énergie cinétique E_c de l'électron.

Q31. En 1927, Davison et Germer réalisèrent la diffraction d'électrons par un monocristal de nickel. Les électrons utilisés avaient une énergie cinétique de 54 eV . Vérifier l'hypothèse d'un comportement non relativiste des électrons. Évaluer la longueur d'onde $\lambda_{DB}(e)$, de de Broglie correspondante. Les aspects quantiques sont-ils importants pour ces électrons ? Quelles sont les conséquences expérimentales ?

Interférences atomiques

L'expérience des fentes de Young permet de tester les modèles quantiques et notamment la dualité onde-particule de la matière. Après des expériences réalisées avec des électrons ou des neutrons, la première expérience d'interférences avec des atomes a été réalisée sur le modèle des fentes de Young en 1991 à l'Université de Constance. En 1992, une équipe de physiciens japonais réalise avec succès une expérience d'interférence atomique.

Le dispositif utilisé et schématisé sur la figure 4, est celui des fentes de Young. L'expérience a consisté à utiliser une assemblée de quelques millions d'atomes de néon capturés dans une cellule à vide puis refroidi à une température $T = 2,5 \text{ mK}$ dans un piège laser de manière à minimiser leur agitation thermique moyenne. Les atomes sont portés dans un état métastable grâce à des lasers. Ces derniers formant le piège sont alors éteints, ce qui libère les atomes sans vitesse initiale. Ceux-ci quittent le piège atomique et tombent en chute libre dans le champ de pesanteur au-dessus d'une plaque percée de deux fentes microscopiques.

Le piège est situé à une hauteur h au-dessus de la plaque. Les fentes sont séparées d'une distance a et la largeur d'une fente est b . À une distance D du plan des deux fentes, on place un détecteur MCP "microchannel plate detector" parallèle à ce plan et on observe l'endroit où les atomes de néon vont percuter la plaque réceptrice après être passés dans l'une des deux fentes. L'ensemble du dispositif est disposé verticalement.

On donne : $d = 76 \text{ mm}$, $a = 6,0 \mu\text{m}$, $D = 113 \text{ mm}$ et $b = 2,0 \mu\text{m}$.

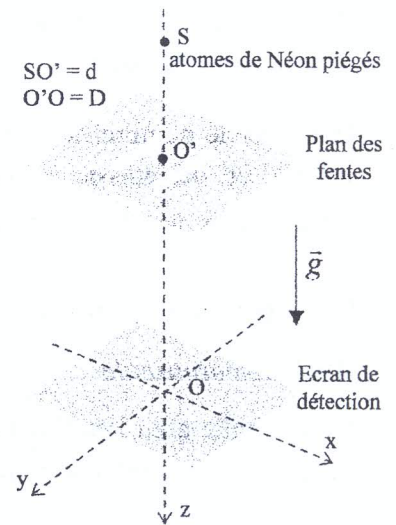


Figure 4

Q32. Expliquer simplement comment se manifesterait la dualité onde-corpuscule pour les atomes de néon.

Q33. En raisonnant sur un quanton de longueur d'onde λ , traversant un diaphragme de diamètre ϕ , montrer que le quanton doit subir une diffraction, puis calculer un ordre de grandeur de l'angle caractéristique de cette diffraction.

Le néon est un gaz rare monoatomique que l'on suppose parfait.

Q34. Énoncer, d'une façon concise, le théorème de l'équipartition de l'énergie.

Q35. Exprimer la vitesse quadratique moyenne d'agitation thermique $v_{th}(Ne) = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ des atomes du gaz néon en équilibre à la température T dans l'enceinte à partir de laquelle ils sont lâchés. On note m_{Ne} la masse d'un atome de néon.

Q36. En choisissant la vitesse quadratique moyenne comme vitesse caractéristique, établir l'expression de la longueur d'onde λ_{dB} associée à des atomes de néon à la température T . Calculer numériquement $v_{th}(Ne)$ et $\lambda_{dB}(Ne)$ à $T = 2,5 \text{ mK}$ puis à la température ambiante $T = 300 \text{ K}$? Commenter.

Q37. Calculer la température à laquelle on doit refroidir les atomes de néon pour que leur vitesse thermique soit inférieure à la vitesse moyenne $\langle v_{Ne} \rangle = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$ intentionnellement donnée aux atomes au niveau des fentes.

Q38. Pourquoi refroidit-on les atomes à des basses températures ? Pour ces atomes, quel est l'autre critère de choix qui influe dans le même sens ?

Expérimentalement, on observe la figure d'interférences de période spatiale $i_{\text{exp}} = (0,23 \pm 0,1) \text{ mm}$ sur la plaque de détection. On supposera que a et D sont connus avec des précisions suffisamment importantes pour ne pas contribuer à l'incertitude.

Q39. À partir de l'expression de l'interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$, déduire la longueur d'onde $\lambda'_{DB}(Ne)$ de l'onde de matière associée aux atomes de néon ainsi que l'incertitude $\Delta \lambda'_{DB}(Ne)$ associée. Commenter.

Q40. Calculer la valeur de la vitesse $v'(Ne)$ de ces atomes au niveau de l'écran et l'incertitude $\Delta v'(Ne)$ associée.

Q41. En se plaçant dans une approche classique, exprimer la vitesse v_{ch} d'une particule de masse m en chute libre sans vitesse initiale d'une altitude $H = d + D$ dans le champ de pesanteur supposé uniforme. Calculer sa valeur numérique.

Q42. L'ensemble du dispositif est placé dans le vide et il n'est pas possible d'y définir la température en dehors de l'enceinte source. Proposer une explication permettant de rendre compte de la différence entre $\lambda_{DB}(Ne)$ et $\lambda'_{DB}(Ne)$.

Aspect probabiliste des interférences quantiques

Compte-tenu de l'expérience des fentes de Young décrite plus haut, l'idée va être de modéliser les quantons émis par une source ponctuelle de quantons monoénergétiques placée sur la médiatrice de deux fentes de la même manière que des ondes, à savoir par une fonction $\Psi(M, t)$ définie au point M à l'instant t et contenant toute l'information sur la particule. La distance entre le plan des fentes et l'écran, qui lui est parallèle, est D ($D \gg a$). L'observation est effectuée en un point M quelconque de l'écran repéré par $x \ll D$. L'écran percé des deux fentes F_1 et F_2 est constituée d'un matériau qui ne peut pas être traversé par les quantons.

Q43. Quelle est l'interprétation de la fonction d'onde $\Psi(M, t)$?

Q44. Pour tenir compte de l'aspect « matériel » de la particule, on impose à la fonction d'onde $\Psi(M, t)$ la condition :

$$\iiint_{\text{espace}} |\Psi(M, t)|^2 d\tau(M) = 1, \text{ où } d\tau(M) \text{ est l'élément de volume centré au point } M$$

Que représente cette condition ?

Q45. L'expérience des fentes de Young suggère également que les ondes de matière considérées puissent se superposer. Énoncer le principe de superposition.

Un quanton peut suivre deux trajectoires différentes et indiscernables, vers le détecteur en M . On admet que les fonctions d'onde provenant respectivement de S_1 et de S_2 sont :

$$\Psi_1(M, t) = A_1 e^{-i(\omega t - kx)} \quad \text{et} \quad \Psi_2(M, t) = A_2 e^{-i(\omega t - kx + \varphi)}$$

Les quantités A_1 et A_2 sont réelles et φ représente la différence de phase entre les deux ondes.

Q46. Quelle est la probabilité P_1 que la particule prenne la trajectoire 1 issue de S_1 ?

Q47. Quelle est la probabilité P_2 que la particule prenne la trajectoire 2 issue de S_2 ?

Q48. Quelle est la probabilité totale P de détecter la particule en M ? Tracer l'allure de cette probabilité en fonction de φ .

Q49. Supposons que $A_1 = A_2$. Calculer les probabilités totales pour les deux cas $\varphi = 0$ et $\varphi = \pi$.

Q50. Tracer l'allure de la probabilité totale P en fonction de φ en tenant compte du fait que le phénomène de diffraction module la figure d'interférences.

Fin de l'énoncé