

Devoir de Contrôle de Physique 1
Durée : 2 H

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré. Si, au cours de l'épreuve, un étudiant repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve comporte deux problèmes indépendants.

Notation : À chaque grandeur sinusoïdale $r(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$ on associe le complexe : $\underline{r}(t) = X e^{j(\omega t + \varphi)}$ tel que : $r(t) = \Re(\underline{r}(t))$ où $\Re(\cdot)$ désigne la partie réelle et $j^2 = -1$.

PROBLÈME I : Étude d'un haut-parleur électrodynamique.

On représente ci-dessous un haut-parleur électrodynamique (figuré 1). Celui-ci est constitué d'une bobine d'axe $(X'X)$, de résistance R , d'inductance propre L , solidaire d'une membrane pouvant se déplacer parallèlement à elle-même suivant la direction $(X'X)$, normale à son plan. Lorsque la bobine s'écarte de sa position d'équilibre d'un écart algébrique $x(t)$, elle est rappelée vers cette position d'équilibre par une force élastique modélisée par un ressort de raideur k .

De plus, l'air produit sur la membrane une force de frottement fluide, proportionnelle à sa vitesse de déplacement, qui s'écrit $\vec{F}_f = -\alpha \vec{v}$. On néglige le poids de l'équipage mobile bobine-membrane.

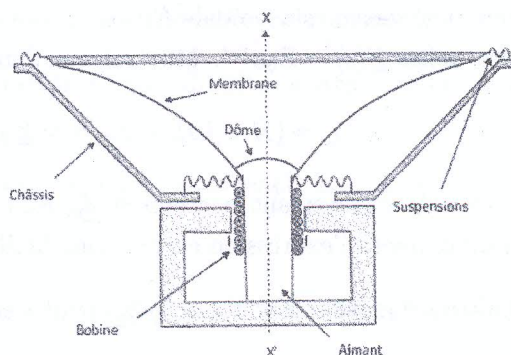


Figure 1: Schéma d'un haut-parleur électrodynamique.

La bobine est placée dans un champ magnétique radial $\vec{B}$, uniforme en norme, normal à $(X'X)$, créé par un aimant permanent. On se place dans un modèle simplifié de haut-parleur basé sur la configuration des rails de Laplace, représentée sur la figure 2.

Le générateur de force électromotrice (f.é.m.) $E(t)$ délivre un signal électrique que l'on veut transformer en signal sonore. La membrane et l'air sont mis en mouvement par l'intermédiaire de la barre de largeur ℓ qui se déplace de $x(t)$. Cette grandeur $x(t)$ représente l'élongation du ressort par rapport à la position d'équilibre, elle-même caractérisée par la longueur ℓ_0 . La

On note m_T la masse du système {barre, haut-parleur}. On suppose que la verticale est définie par l'axe z , l'axe x étant horizontal. On note $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$ la base des vecteurs unitaires.

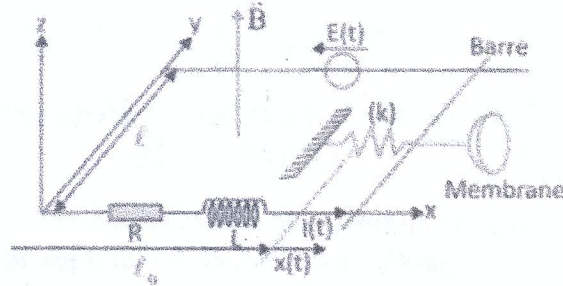


Figure 2: configuration des rails de Laplace.

1. Montrer que la f.é.m. induite $e(t)$ dans le cadre vaut $e = -B\ell v(t)$ où $v(t)$ est la vitesse, dérivée de $x(t)$.
2. Dédire de la question précédente l'équation électrique (E.E.) traduisant le comportement du circuit. Faire le schéma électrique équivalent en tenant compte de la f.é.m. induite. On notera $i(t)$ le courant induit dans ce circuit.
3. Faire le bilan des forces s'exerçant sur l'ensemble {barre + haut-parleur} de masse m_T . En déduire l'équation différentielle mécanique relative au mouvement de la barre (E.M).
4. Faire un bilan de puissances en combinant les équations E.E. et E.M. Le commenter.
5. Comparer la puissance de la f.é.m. $P_{fem} = e i$ à la puissance de la force de Laplace P_L .
6. Le générateur délivre une tension sinusoïdale $E(t)$ de pulsation ω . On utilisera les notations complexes, pour lesquelles $\underline{E}(t) = E_0 e^{j\omega t}$. Montrer que l'on a :

$$\underline{E} = (R + j\omega L + \underline{Z}_m) \underline{i} = \underline{Z} \underline{i}$$

où $\underline{i}$ est le courant complexe traversant le circuit et $\underline{Z}_m$ est une grandeur appelée *impédance motionnelle*, dont on donnera l'expression en fonction de B , ℓ , α , m_T , ω et k .

7. Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y}_m = 1/\underline{Z}_m$ peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{Y}_m = \frac{1}{R_m} + jC_m\omega + \frac{1}{jL_m\omega}$$

Donner l'expression des termes R_m , C_m et L_m en fonction de B , ℓ , α , m_T et k .

8. Dédire de ce qui précède le schéma électrique équivalent du haut-parleur. Le rendement η du haut-parleur est défini comme le rapport de la puissance moyenne émise par l'onde sonore sur la puissance moyenne fournie par la source de tension.
9. Montrer que la relation établie à la question 4 devient, en raisonnant sur les moyennes temporelles, en régime périodique établi $\langle E i \rangle = \langle R i^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle$. Commenter ce résultat.

10. En identifiant la puissance émise par l'onde sonore $\langle P_{son} \rangle$ à $\langle \alpha v^2 \rangle$ où v est la vitesse de la membrane, montrer que le rendement η est de la forme :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_m} \left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]}$$

On donnera les expressions de Q et ω_0 en fonction de α , m_T et k .

11. Commenter la forme obtenue en basses et hautes pulsations ainsi que pour une pulsation proche de ω_0 .

PROBLÈME II : Filtre à structure de Rauch

On considère le circuit à amplificateur opérationnel *parfait* et fonctionnant en *régime linéaire* représenté sur la figure 3. L'amplificateur opérationnel est alimenté par une source de tension symétrique (non représentée) $V_{CC} = \pm 15$ V. Le cas échéant, les tensions de saturation seront aussi $V_{sat} = \pm 15$ V.

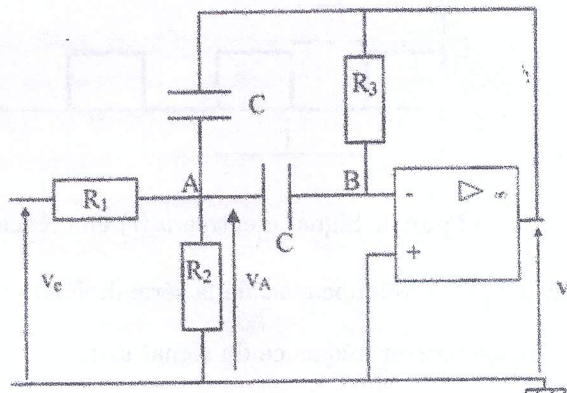


Figure 3: Schéma du filtre à structure de Rauch.

- Justifier simplement que l'amplificateur fonctionne en régime linéaire.
- Prévoir sans calcul la nature du filtre.
- Appliquer le théorème de Millman aux nœuds A et B et en déduire deux relations entre v_s , v_A et v_e .
- Montrer que la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}$ du circuit s'écrit sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Exprimer H_0 , Q et ω_0 en fonction de R_1 , R_3 , $R'_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ et C .

5. Dans quel domaine de fréquences ce circuit présente-t-il un caractère intégrateur ?

6. Définir puis calculer les pulsations de coupure à -3 dB en fonction de ω_0 et Q . En déduire la largeur de la bande passante Δf en fréquence du filtre.
7. Application numérique : $H_0 = -1$, $Q = 20$, $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 3$ kHz. Calculer Δf .
8. Déterminer le module $|H(j\omega)|$ et l'argument $\varphi(\omega)$ de la fonction de transfert $H(j\omega)$.
9. Tracer l'allure de $|H(j\omega)|$ en fonction de ω .
10. On applique à l'entrée du montage de la figure 3 un signal $v_e(t) = E \sin(2\pi ft)$ de fréquence $f = \frac{1}{T} = 3$ kHz et d'amplitude $E = 5$ V.
En tenant compte des caractéristiques numériques du filtre (données en 7), donner l'expression du signal $v_s(t)$ obtenu en sortie du circuit.

Filtrage d'un signal en créneau

Le signal appliqué est un *signal en créneau* (figure 4), dont on donne le développement en série de Fourier : $v_e(t) = \frac{E}{2} + \frac{2E}{\pi} \left[\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right]$

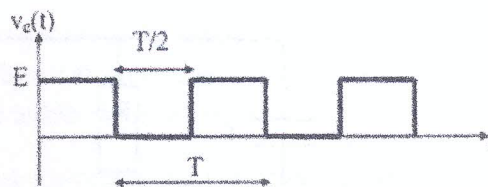


Figure 4: Signal d'entrée $v_e(t)$ en créneau.

11. Justifier, sans calcul, ce développement de la série de Fourier.
12. Donner l'allure du spectre en fréquence du signal $v_e(t)$.
13. En tenant compte des caractéristiques numériques du filtre, donner l'expression du signal $v_s(t)$ observé en sortie du circuit.
14. Décrire en quelques lignes comment pourrait-on utiliser le circuit de la figure 3 pour déterminer le spectre en fréquence du signal $v_e(t)$.

Étude pratique

15. Représenter le montage expérimental permettant de visualiser $v_e(t)$ et $v_s(t)$. On fera apparaître tous les appareils et connexions nécessaires (générateur BF, oscilloscope ...).
16. Décrire une démarche expérimentale permettant d'étudier le comportement en fréquence du circuit.
17. Que se passerait-il si l'amplitude de $v_s(t)$ dépassait 15V ? Tracer l'allure de $v_s(t)$ dans ce cas.
18. La sortie ne reste linéaire que si : $\left| \frac{dv_s}{dt} \right| < S$ où S est appelé *vitesse de balayage* (ou *Slew Rate*) de l'amplificateur opérationnel. Jusqu'à quelle valeur $f_{\max}$ de f le signal $v_s(t)$ reste-t-il théoriquement sinusoïdal ? On donne : $S = 1.0 \text{ V } \mu\text{s}^{-1}$.