

Devoir de Physique du Fin du 2^{ème} Semestre
(Durée : 4 H)

Instructions générales :

- Les deux parties I et II seront rédigées sur des feuilles de composition séparées.
- Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction.
- Toute application numérique, qui ne comportera pas d'unité, ne donnera pas lieu à attribution de points.

Partie I : Devoir de Contrôle

Problème N° 01 : Diffusion de matière

Des neutrons sont produits par une source (S), de forme sphérique, de centre O et de rayon R. À la surface extérieure (Σ) de la source, sont émis N_0 neutrons par unité de surface et unité de temps (figure 1).

À l'extérieur de la source, à chaque instant t et en tout point M du milieu (M), les particules sont soumises au phénomène de diffusion régi par la loi de Fick, d'équation générale :

$$\vec{j}_N(M, t) = -D \overrightarrow{\text{grad}} n^*(M, t),$$

avec $\vec{j}_N(M, t)$ vecteur densité de courant particulaire, D coefficient (constante positive) de diffusion des neutrons et $n^*(M, t)$ nombre de neutrons par unité de volume.

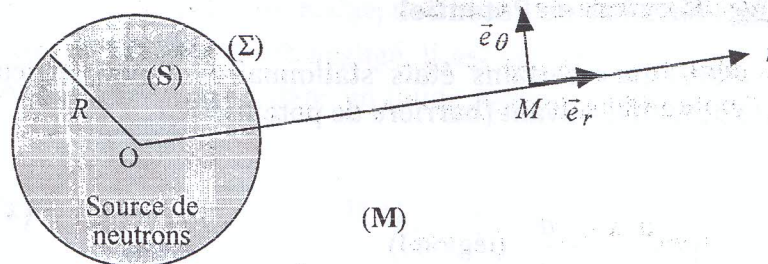


Figure 01

La diffusion est à symétrie radiale (diffusion unidimensionnelle). On rappelle, en coordonnées sphériques de base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$, les composantes de l'opérateur gradient sont :

$$\overrightarrow{\text{grad}} n^*(M, t) = \frac{\partial n^*(M, t)}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial n^*(M, t)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial n^*(M, t)}{\partial \phi} \vec{e}_\phi$$

On admet qu'en tout point M, tel que $OM = r \geq R$, la densité particulaire de neutrons $n^*(M, t)$ ne dépend que du rayon r et du temps t .

1- En déduire l'équation vectorielle qui relie $\vec{j}_N(r, t)$ et $\frac{\partial n^*(r, t)}{\partial r}$.

2- Exprimer, en fonction des grandeurs r , D , et $\frac{\partial n^*(r, t)}{\partial r}$, le flux $\Phi(r, t)$ du vecteur $\vec{j}_N(r, t)$ à travers la surface sphérique, de centre O, de rayon $r \geq R$ et d'aire $S = 4\pi r^2$.

3- Rappeler l'unité du coefficient de diffusion D .

On suppose que le milieu (M) n'absorbe pas les neutrons et que le régime de diffusion de ces particules est stationnaire.

4- Quelle est la principale propriété du flux $\Phi(r, t)$ en régime stationnaire ?

5- Donner, en fonction de R et N_o , l'expression de ce flux.

6- On suppose que si r tend vers l'infini, $n^*(r \rightarrow \infty) = 0$. Déterminer la loi de distribution $n^*(r)$.

7- Représenter l'allure de la courbe de la fonction $n^*(r)$.

Le milieu (M), riche en noyaux $^{10}_3\text{B}$ (isotope de l'élément bore), absorbe les neutrons à raison de K captures par unité de volume et unité de temps.

On considère un volume élémentaire dV du milieu (M), compris entre les deux sphères concentriques, de centre O et de rayons respectifs r et $r + dr$.

Pendant la durée infinitésimale dt , on désigne par δN_e le nombre de neutrons qui pénètrent dans le volume élémentaire dV , δN_s le nombre de neutrons qui quittent ce volume par diffusion et δN_c le nombre de neutrons qui disparaissent de ce volume par capture.

On suppose un régime stationnaire interdisant toute accumulation de particules en un point donné de (M).

8- Exprimer, en fonction de la variable r , le volume élémentaire dV .

9- Faire un bilan des flux de particules neutrons dans cet élément de volume, amenant à une relation entre les quantités élémentaires δN_e , δN_s et δN_c .

10- En déduire une équation différentielle reliant $n^*(r)$ et r .

11- Déterminer le flux de diffusion $\Phi(r)$.

12- Montrer qu'il existe une valeur R_o de r qui annule le flux de diffusion.

13- Quelle est l'influence du coefficient de diffusion D sur la valeur R_o ?

Problème N° 02 : Barrière de Potentiel

On cherche à déterminer certains états stationnaires d'une particule quantique de masse m évoluant dans le potentiel suivant (barrière de potentiel) :

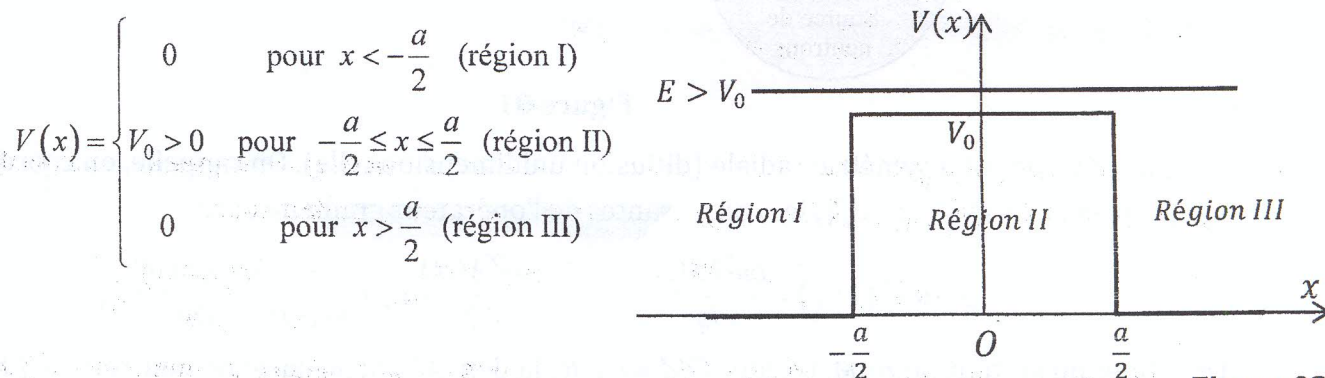


Figure 02

On se limite au cas où $E > V_0$. On pose $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ et $K = \sqrt{\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}}$.

1- Décrire qualitativement le mouvement de la particule dans le cas où il peut être décrit dans le cadre de la mécanique classique.

2- Dans le cadre d'une description quantique, l'état de la particule est décrit par la fonction d'onde $\psi(x, t) = \varphi(x) \exp\left(-j \frac{E}{\hbar} t\right)$. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\varphi(x)$ dans chacune des trois régions.

3- En l'absence de source de particules quantiques du côté $x > \frac{a}{2}$, proposer une forme adéquate de $\varphi(x)$ dans chacune des trois régions.

Préciser les conditions aux limites et les conditions de raccordement qui doivent être vérifiées par $\varphi(x)$.

4- Les conditions de raccordement permettent d'en déduire les expressions des probabilités de transmission T au-delà de la barrière et de réflexion R par la barrière.

On donne :
$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(E - V_0)} \sin^2\left(\frac{a\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar}\right)}$$

4-1- Déterminer l'expression de R à partir de l'expression de T .

4-2- Représenter l'allure de T et de R en fonction de E pour $E > V_0$. Commenter.

5- Des électrons d'énergie cinétique égale à $E = 10 \text{ eV}$ s'approchent d'une barrière de potentiel de hauteur $V_0 = 4 \text{ eV}$. Déterminer les épaisseurs de la barrière pour laquelle la transmission du faisceau électronique est totale. Comparer, dans cette situation, l'épaisseur de la barrière à la longueur d'onde de de Broglie des électrons dans la barrière.