

Devoir de contrôle de Physique N° 02
(Durée : 2 H)

EXERCICE 01 :

Une lame à retard est une lame biréfringente possédants deux axes neutres (Ox) et (Oy) d'indices respectifs n_x et n_y tel que : $\Delta n = n_x - n_y > 0$.

1. Déterminer l'axe rapide et lent de la lame en le justifiant.

Une onde plane progressive monochromatique se propageant selon l'axe (Oz), de vecteur champ électrique incident $\vec{E}(z,t) = E_{0x} (\vec{u}_x + \alpha e^{j\varphi} \vec{u}_y) \exp j(\omega t - k_0 z)$ avec E_{0x} et α sont des réels positifs, rencontre une lame à retard, d'épaisseur e , placée en $z = 0$

2. Donner l'état de polarisation de cette onde avant l'entrée à la lame en $z = 0$ pour chacune des valeurs : $\varphi = 0$, $\varphi = \pi$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $\varphi = \frac{3\pi}{2}$. A quelle condition supplémentaire obéit la constante α pour que l'onde incidente soit polarisée circulairement ?
3. A la sortie de la lame, donner l'expression du champ électrique transmis $\vec{E}_t(z,t)$.
4. Montrer que la lame introduit un déphasage supplémentaire $\Delta\varphi_{lame} = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$ où δ est une différence de marche à exprimer en fonction de n_x, n_y et e .
5. Quelles sont les valeurs de δ pour une lame quart onde et une lame demi onde? à exprimer en fonction de λ et d'un entier p .
6. Préciser l'état de polarisation de l'onde caractérisé par $\alpha = 1$ et $\varphi = 0$ à la sortie d'une lame quart onde et demi onde respectivement.
Étant donné qu'une lame à retard doit être utilisée avec une lumière monochromatique, indiquer la gamme d'épaisseurs possibles d'une lame demi-onde utilisée avec une lumière de longueur d'onde moyenne $\lambda \in [600 \text{ nm}, 609 \text{ nm}]$. On donne $\Delta n = 0,009$ et $p = 100$.

EXERCICE 02 :

On assimile la corde vibrante d'une guitare à une corde inextensible sans raideur de masse linéique constante μ , tendue par une force de tension de module T_0 . Au repos, elle se confond avec l'axe Ox (figure 1). On note ℓ la longueur de la corde placée entre l'abscisse $x = 0$, où la corde est attachée, et l'abscisse $x = \ell$.

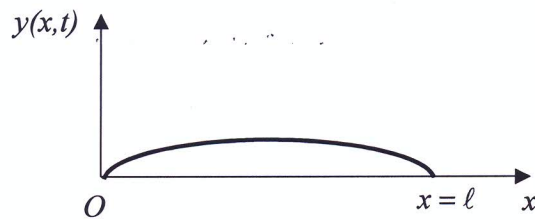


Figure 1

On étudie les vibrations de la corde dans le plan (O, x, y) , c'est-à-dire les petits mouvements transversaux selon Oy , de part et d'autre de cette position de repos.

- 1) Quelles sont les valeurs de l'élongation $y(x, t)$ aux extrémités de la corde ?
- 2) Analyser la dimension du terme $\sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$.
- 3) En appliquant le principe fondamental de la dynamique à un élément $d\ell$ de la corde, montrer que l'élongation $y(x, t)$ vérifie l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} - \frac{T_0}{\mu} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = 0.$$

Qu'elle est la vitesse de propagation de l'onde le long de la corde ? Calculer sa valeur pour une tension $T_0 = 120 \text{ N}$ et $\mu = 3 \text{ g m}^{-1}$.

- 4) Montrer que pour l'onde harmonique de pulsation ω_n , l'expression :

$$y(x, t) = Y_{0n} \sin\left(\frac{n\pi}{\ell} x\right) \sin(n\omega_0 t), \text{ où } Y_{0n} \text{ représente l'amplitude de cette onde, est compatible avec}$$

l'équation de propagation et les conditions aux limites.

- 5) Dessiner l'allure de la corde à $t = \frac{2\pi}{\omega_n}$ et $t = \frac{\pi}{2\omega_n}$ pour $n = 1, 2$ et 3 .

Spectre d'une corde de guitare

On admet que pour la corde vibrante l'expression générale de $y(x, t)$ a la forme suivante

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(x, t). \text{ Avec } y_n(x, t) = [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)] \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right).$$

Les coefficients a_n et b_n qui correspondent à l'harmonique d'ordre n , dépendent des conditions initiales (forme initiale de la corde, vitesse initiale de ses différents points...).

On donne pour une corde pincée (cas de la guitare) :

- $b_n = 0$ pour tous les entiers n ,
- $a_n = 0$ pour les entiers n pairs et $a_n = \frac{A}{n^3}$ pour les n impairs avec A constant.

- a) Quelles sont les fréquences présentes dans les vibrations donc également dans le son émis
- b) Quelle est la fréquence du son le plus intense ?
- c) Tracer le spectre obtenu.

d) Quelle qualité le microphone d'une guitare électrique doit-il présenter ?

EXERCICE 03 :

Le solide cristallin unidirectionnel est modélisé par un système de masses ponctuelles identiques m représentant les atomes couplés par des ressorts identiques de raideur α comme présente par la figure 2.

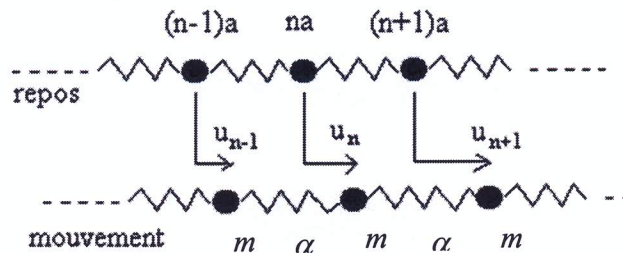


Figure 2

On suppose que la chaîne d'atomes est infinie et l'on note $u_n(t)$ le déplacement sur l'axe par rapport à sa position d'équilibre, au temps t , de la masse repérée par l'indice n . On note a la longueur à l'équilibre des ressorts (dimension de la maille du cristal).

1. Montrer que : $m \frac{\partial^2 u_n(t)}{\partial t^2} = \alpha (u_{n+1}(t) + u_{n-1}(t) - 2u_n(t))$.

On cherche des solutions sous la forme, en notation complexe : $\underline{u}_n(t) = U \exp[j(nKa - \omega t)]$, où U est une constante.

2. Que représente U , K et ω ? (on suppose que $\omega > 0$)

3. Montrer que K et ω sont reliés par la relation suivante : $\omega^2(K) = \frac{4\alpha}{m} \sin^2\left(\frac{Ka}{2}\right)$.

Quelle est la signification physique de cette équation ? Représenter graphiquement ω en fonction de K .

4. Exprimer le rapport des élongations de masses consécutifs $\frac{u_{n+1}(t)}{u_n(t)}$. En déduire que l'on peut

se limiter au domaine de K suivant : $-\frac{\pi}{a} \leq K \leq \frac{\pi}{a}$. Comment vibrent les masses pour $K = \pm \frac{\pi}{a}$ (en phase ou en opposition de phase?).

On se limite par la suite dans la région définie par $-\frac{\pi}{a} \leq K \leq \frac{\pi}{a}$.

5. Calculer la vitesse de phase associée à cette onde. Le milieu est-il dispersif?
6. Calculer la vitesse de groupe de cette onde. Que vaut sa valeur pour $K = \pm \frac{\pi}{a}$
7. Si la chaîne devienne de longueur finie quelles modifications seront apportées ? (vous pourrez répondre en analogie avec une corde vibrante).