

Devoir d'Automatique

Asservissement en vitesse d'une roue autonome implantée sur un fauteuil roulant

Présentation

La roue autonome est une roue électrique de technologie innovante, 100% intégrée.

Nous nous proposons, dans ce sujet, d'étudier l'implantation de deux roues autonomes sur chacune des deux roues arrière d'un fauteuil roulant (Figure n°1). Le pilotage des deux roues autonomes est lié afin de maîtriser la vitesse et la direction du fauteuil.

Une roue autonome (Figure n°2) est composée d'un moteur électrique, d'un réducteur dont l'arbre de sortie est solidaire à une roue arrière du fauteuil roulant et de trois capteurs permettent de mesurer la vitesse de rotation de l'arbre moteur afin d'asservir la vitesse de rotation de la roue.

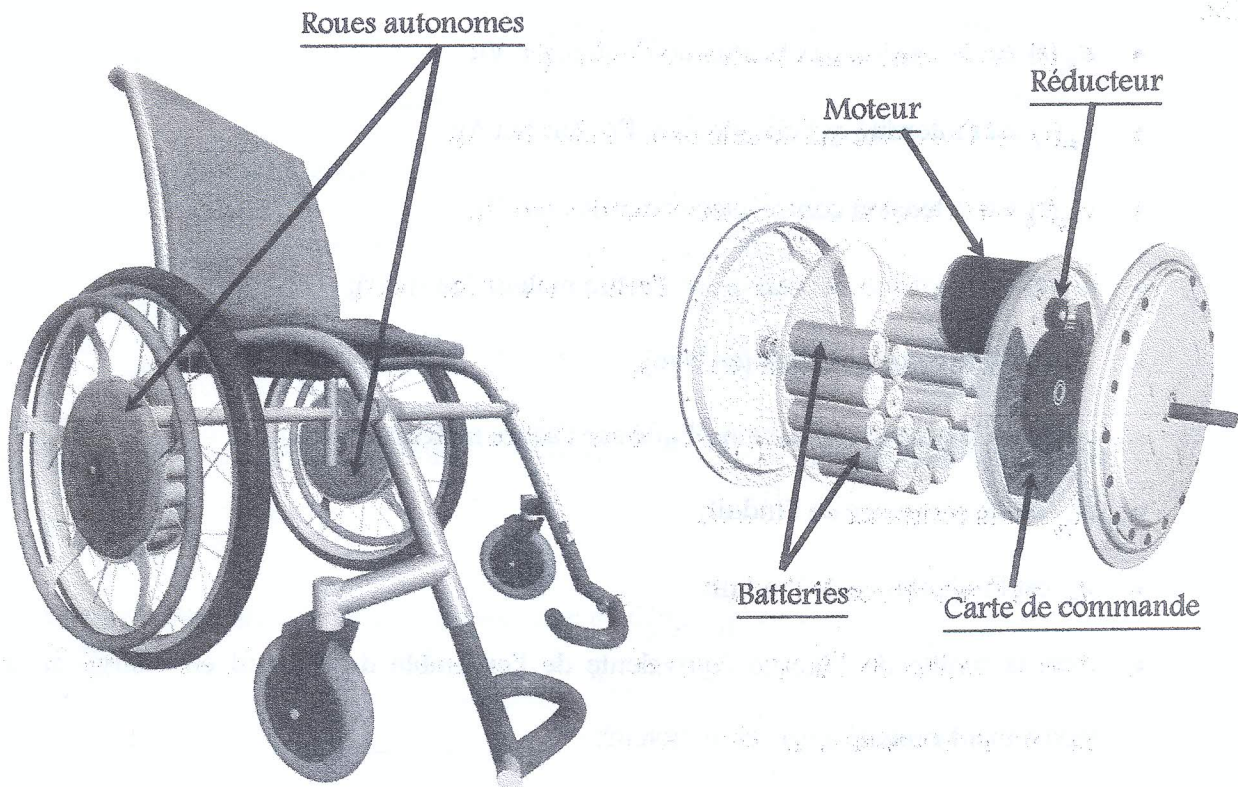


Figure n°1 . Prototypage de fauteuil roulant équipé de deux roues autonomes

Figure n°2 . Principaux éléments d'une roue autonome

Le fonctionnement du fauteuil motorisé est le suivant .

Afin de commander le déplacement du fauteuil, l'utilisateur dispose d'une manette de contrôle permettant de piloter la vitesse du fauteuil. Une carte de commande, intégrée dans la roue autonome (Figure n°2), permet de générer un ordre au variateur qui distribue une énergie électrique adaptée au moteur électrique. L'énergie mécanique de rotation fournie par le moteur électrique est alors adaptée et transmise aux roues. Afin d'assurer l'asservissement en vitesse des roues, des capteurs permettent de mesurer la vitesse de rotation sur l'arbre de sortie du moteur.

Modélisation de l'asservissement en vitesse d'un moteur

On modélisera le moteur utilisé dans la roue autonome comme un moteur à courant continu .

$$u_m(t) = R_m i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt} + e_m(t) \quad (1)$$

$$e_m(t) = K_e \omega_m(t) \quad (2)$$

$$J \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t) \quad (3)$$

$$c_m(t) = K_t i_m(t) \quad (4)$$

$$e_m(t) = K_e \omega_m(t) \quad (5)$$

Où.

- $u_m(t)$ est la tension aux bornes de l'induit (en V);
- $i_m(t)$ est l'intensité qui circule dans l'induit (en A);
- $e_m(t)$ est la tension contre-électromotrice (en V);
- $\omega_m(t)$ est la vitesse de rotation de l'arbre moteur (en rad/s);
- $c_m(t)$ est le couple moteur (en N.m);
- $c_r(t)$ est le couple résistant appliqué sur l'arbre moteur (en Nm);
- R_m est la résistance de l'induit;
- L_m est l'inductance de l'induit;
- J est la moitié de l'inertie équivalente de l'ensemble du fauteuil en charge et en mouvement ramené à un arbre moteur;
- K_t est la constante de couple du moteur;
- K_e est la constance de force contre-électromotrice.

La sortie $m(t)$ du capteur de gain K_{cap} , est soustraite à la sortie de l'amplificateur qui permet de convertir la vitesse de consigne, notée $\omega_{cons}(t)$, en une tension de consigne $u_{cons}(t) = K_{cap} \omega_{cons}(t)$.

L'écart obtenu $\varepsilon(t)$ est alors corrigé par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ dont la sortie est la tension d'alimentation du moteur $u_m(t)$.

Notations.

- La transformée de Laplace d'une fonction temporelle $f(t)$ sera notée $F(p)$.
- p est l'opérateur de Laplace.
- t étant le temps.
- $\Omega_{cons}(p) = L(\omega_{cons}(t))$ et $\Omega_m(p) = L(\omega_m(t))$.
- On suppose que le correcteur a pour fonction de transfert $C(p) = K_p$ avec $K_p \geq 0$.
- $u(t)$ représente la fonction d'Heaviside.

Travail demandé

1. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, on demande d'écrire les équations de (1) à (5) dans le domaine symbolique de Laplace.
2. Compléter, sur le document réponse à rendre, le schéma bloc modélisant l'asservissement en vitesse de rotation d'un moteur.
3. On note les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ telles que

$$\Omega_m(p) = H_1(p) \Omega_{cons}(p) - H_2(p) C_r(p)$$

- 3.1. Pour $c_r(t) = 0$, calculer la fonction de transfert $G(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ en fonction de K_i , K_e , J , R_m et L_m .

- 3.2. Donner l'expression de $H_1(p)$ en fonction de $C(p)$, $G(p)$ et K_{cap} .

$$3.3. \text{ Montrer que } H_1(p) = \frac{\frac{K_{cap} K_p}{K_e + K_{cap} K_p}}{\frac{J L_m}{K_i (K_e + K_{cap} K_p)} p^2 + \frac{J R_m}{K_i (K_e + K_{cap} K_p)} p + 1}$$

- 3.4. Donner l'expression canonique de $H_2(p)$ en fonction de K_{cap} , K_p , K_e , K_i , J , R_m et L_m .

Dans la suite du problème, la perturbation sera négligée, $c_r(t)=0$.

4. Déterminer, en fonction de K_{cap} , K_p , K_e , K_i , R_m , L_m et J , la forme canonique de la fonction de transfert en boucle ouverte notée par $FTBO(p) = \frac{M(p)}{\varepsilon(p)}$.
5. Soit le tracé asymptotique des diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$ (voir document réponse).
 - 5.1. Déterminer le régime dans lequel on travail.
 - 5.2. Déterminer, graphiquement, les valeurs du gain statique, qu'on notera K_s , de la pulsation propre non amortie, qu'on notera ω_n , et du coefficient d'amortissement, qu'on notera z .
 - 5.3. Donner la valeur numérique de la $FTBO(p)$.
 - 5.4. Dédurre l'expression de K_p .
6. Exprimer l'écart statique $\varepsilon(p)$ en fonction de $\Omega_{cons}(p)$, de K_{cap} et de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO(p)$.
7. Pour une consigne, $\omega_{cons}(t) = \omega_{c0}u(t)$ (en rad/s), déduire l'expression de l'erreur en régime permanent notée par $\varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$.
8. Pour une entrée échelon, $\omega_{cons}(t) = \omega_{c0}u(t)$, donner l'expression de $\omega_m(\infty)$ en fonction de K_{cap} , K_p , K_e et ω_{c0} .

On notera K le gain statique, m le coefficient d'amortissement et ω_0 la pulsation propre non amortie de la fonction de transfert $H_1(p)$ (calculée précédemment à la question (3.3)).

9. Donner les expressions littérales de K , m et ω_0 en fonction de K_{cap} , K_p , K_e , K_i , R_m , L_m et J .
10. Déterminer l'expression de K_p permettant d'obtenir une réponse de la roue la plus rapide sans dépassement ? Donner dans ce cas, l'allure de la réponse à une entrée échelon $\omega_{cons}(t) = \omega_{c0}u(t)$.

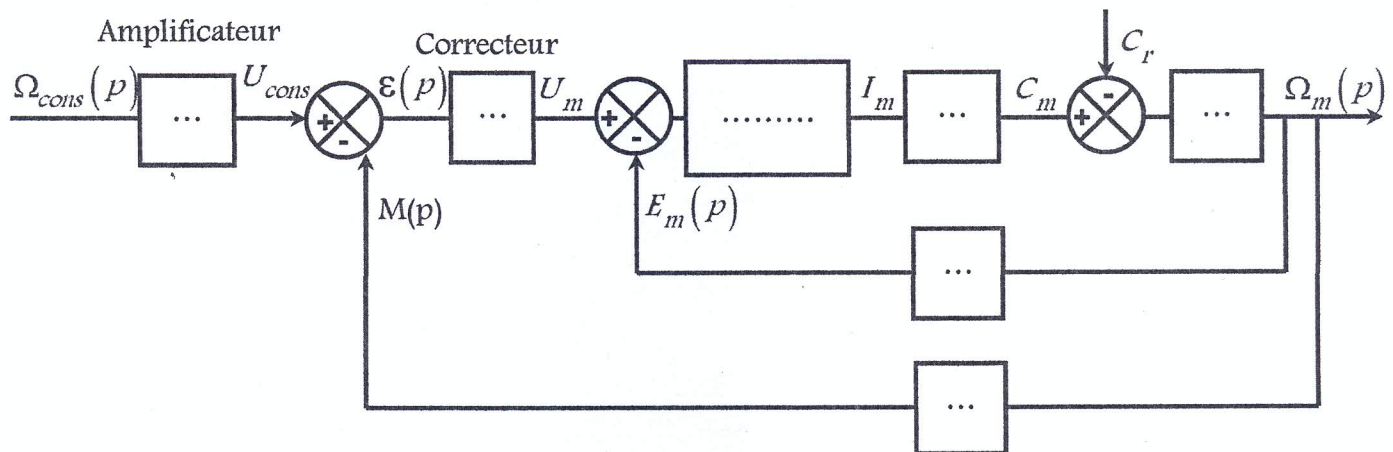
Nom

Prénom

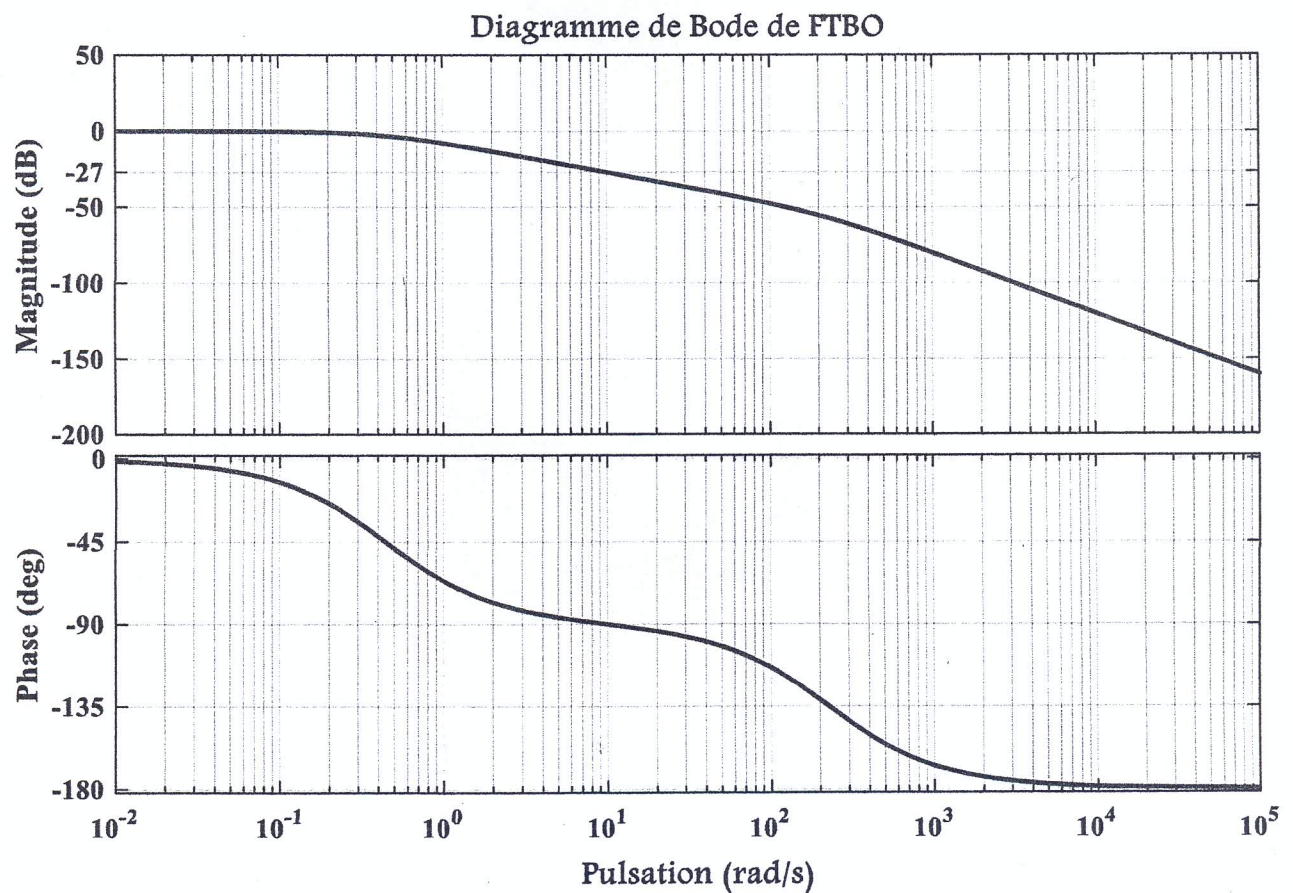
Groupe

Document réponse d'Automatique

Question 2.



Question 5.



EXAMEN DE MECANIQUE DES SOLIDES INDEFORMABLES (M.S.I.)

Section : MP2, PC2 & PT2

Durée : 2 Heures

Date : 04 /02/2021

Aucun document n'est autorisé

PROBLEME :

Un réducteur à billes est représenté par son dessin partiel sur la figure 1 et par son schéma cinématique figure 2. Ce mécanisme est constitué :

- d'un bâti (S_0) fixe;
- d'un arbre moteur (S_1) ;
- d'un arbre de sortie (S_2)
- d'un ensemble de billes représenté par (S).

Soit $R(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ un repère orthonormé direct lié au bâti (S_0) du réducteur. L'arbre moteur (S_1) et l'arbre récepteur (S_2) ont une liaison pivot d'axe $(O, \bar{x})$ avec (S_0).

On pose :

$$\begin{cases} \bar{\Omega}_{S1/R} = \omega_1 \bar{x} \\ \bar{\Omega}_{S2/R} = \omega_2 \bar{x} \end{cases}$$

Une bille (S) de centre C , de rayon a , roule sans glisser en A_1 sur (S_1) et en A_2 sur (S_2) et en A_3 et A_4 sur (S_0).

Soit $R_1(O, \bar{x}, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ un repère orthonormé direct (R_1 n'est lié à aucun des solides) tel que :

$$(\bar{y}_1, \overrightarrow{CA_3}) = (\overrightarrow{CA_1}, -\bar{y}_1) = (-\bar{y}_1, \overrightarrow{CA_2}) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{et} \quad (\bar{x}, \overrightarrow{CA_4}) = \frac{\pi}{6} \quad \overrightarrow{OC} = b \bar{y}_1$$

Soit $\vec{i}$ le vecteur unitaire de même direction et de même sens que le vecteur $\overrightarrow{A_3A_4}$. On pose : $\alpha = (\vec{i}, \bar{x})$ avec α est un angle constant.

Partie I : Cinématique

I-1) En exprimant que (S) roule sans glisser sur (S₀) en A₃ et A₄, montrer que le vecteur rotation instantanée de (S) par rapport à R est colinéaire à $\overrightarrow{A_3A_4}$ et peut donc s'écrire sous la forme : $\vec{\Omega}_{S/R} = \omega \vec{i}$.

I-2) Exprimer en fonction de ω la vitesse $\vec{V}(A_1 \in S/R)$ (indication utiliser le point A₃).

I-3) Exprimer en fonction de ω_1 la vitesse $\vec{V}(A_1 \in S_1/R)$ (indication : $\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA_1}$)

I-4) Exprimer la condition de roulement sans glissement au point A₁ et donner la relation entre ω et ω_1 .

I-4) Exprimer en fonction de ω la vitesse $\vec{V}(A_2 \in S/R)$ (indication utiliser le point A₃).

I-5) Exprimer en fonction de ω_2 la vitesse $\vec{V}(A_2 \in S_2/R)$ (indication : $\overrightarrow{OA_2} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA_2}$)

I-6) Exprimer la condition de roulement sans glissement au point A₂ et donner la relation entre ω et ω_2 .

I-7) Dédurre de I-4 et I-6 le rapport de réduction $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ du réducteur à billes.

Partie II : Cinétique

La bille (S) est homogène de masse (m) et de rayon (a). La matrice d'inertie de (S) au point C s'écrit, dans la base du repère (R₁), sous la forme suivant :

$$[I_C(S)] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

Pour les solides (S₁) et (S₂), l'axe (O, $\vec{x}$) est un axe de symétrie matérielle de révolution. Les moments d'inertie de (S₁) et (S₂) par rapport à (O, $\vec{x}$) sont respectivement I₁ et I₂.

II-1) Préciser la position du centre d'inertie de la bille (S). Justifier votre réponse.

II-2) Justifier la forme de la matrice d'inertie (S) au point (C).

II-3) Calculer A.

II-4) Déterminer, en fonction de ω , le torseur cinétique de (S) au point C, dans son mouvement par rapport à R.

II-5) Déterminer, au point O, le torseur cinétique de (S₁) dans son mouvement par rapport à R.

II-6) Déterminer, au point O, le torseur cinétique de (S₂) dans son mouvement par rapport à R.

II-7) Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble $E = \{S, S_1, S_2\}$ dans son mouvement par rapport à R .

II-8) Déterminer, au point C, le torseur dynamique de (S) dans son mouvement par rapport à R .

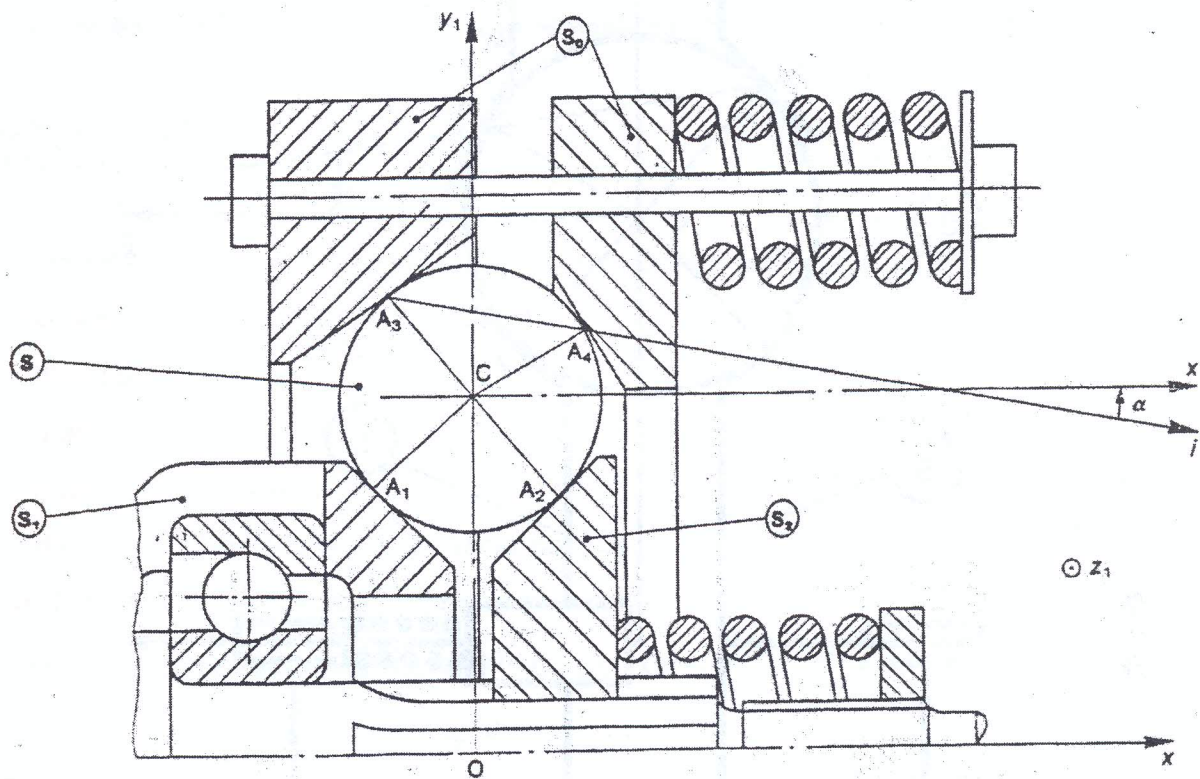


Figure 1.

