

Devoir de Contrôle de Physique N° 02
(Durée : 2 H)

Partie A : Physique des Ondes

Problème I : Ondes électromagnétiques dans les plasmas

A- Mise en équation pour des ondes harmoniques

On considère l'ionosphère comme un gaz ionisé contenant :

- ☒ des électrons de masse $m_e \approx 10^{-30} \text{ kg}$ et de charge $q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;
- ☒ des ions de masse m_{ion} et de charge $q_{ion} = +e$.

Les densités volumiques de ces deux types de particules sont identiques et sont notées n . Le plasma est suffisamment dilué pour qu'on puisse considérer que les électrons et ions n'interagissent pas entre eux.

On considèrera dans toute cette partie des évolutions harmoniques à la pulsation ω .

1- a- Montrer que la charge volumique est nulle au sein du plasma.

b- Lors du passage d'une onde électromagnétique dans le plasma, à quelle condition peut-on négliger l'effet du champ magnétique $\vec{B}$ devant celui du champ électrique $\vec{E}$ pour le mouvement des charges ? À quelle condition peut-on négliger le mouvement des ions devant le mouvement des électrons ?

c- Montrer qu'on peut négliger les effets de la pesanteur. Par la suite, On suppose qu'on peut tenir compte des trois approximations ci-dessus : négliger l'effet du champ magnétique, du mouvement des ions et de la pesanteur.

d- On considère le champ électrique complexe noté $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 \exp[j(\omega t - \varphi(M))]$ imposé en un point M du plasma. On note $\vec{J}_e$ le vecteur densité volumique de courant électrique complexe. En étudiant le mouvement d'un électron, établir la relation $\vec{J}_e = \gamma \vec{E}$.

Donner le nom et l'expression de la grandeur complexe γ en fonction des paramètres du plasma.

2- Écrire les équations de Maxwell adaptées au plasma.

3- En déduire l'équation d'onde vérifiée par le champ électrique complexe pour une onde harmonique et montrer que son expression générale dans le cas d'une onde quelconque s'écrit : $\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \omega_p^2 \vec{E} \right)$.

On rappelle la formule du double rotationnel : $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E}$.

Comment s'appelle ω_p ? Donner son expression en fonction notamment des caractéristiques du plasma.

B- Propagation d'une onde OPPH

On s'intéresse dans cette sous-partie à des ondes planes progressives harmoniques (O.P.P.H) de champ électrique $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 \exp[j(\omega t - kx)]$ et le plasma est semi-infini compris entre $x = 0$ et $x \rightarrow +\infty$.

1- Établir la relation de dispersion $k(\omega)$ et en déduire l'existence de deux domaines de pulsations : le domaine de transparence et le domaine réactif. Identifier chacun des deux.

2- Dans le domaine réactif, déterminer complètement l'expression du vecteur d'onde k et du champ électrique $\vec{E}$ en notation complexe dans le plasma.

Que devient une *O.P.P.H* dans le domaine réactif qui arrive sur le plasma ? Citez une application.

3- Dans le domaine de transparence, déterminer l'expression de la vitesse de phase v_ϕ et de la vitesse de groupe v_g de l'onde de champ électrique, après avoir donné leur définition en fonction du vecteur d'onde k et de la pulsation ω . On les exprimera en fonction de ω et c . Que devient une *O.P.P.H* dans le domaine de transparence qui arrive sur le plasma ? Citez une application

4- Tracer l'allure de v_ϕ et de v_g en fonction de la pulsation ω . Commenter. Que se passe-t-il à la limite lorsque $\omega \rightarrow +\infty$?

Problème II : Réflexion et transmission des ondes acoustiques à une interface

On considère un fluide de masse volumique ρ_0 et de pression P_0 à l'équilibre. On s'intéresse à la situation hors équilibre unidimensionnel, provoquée par la présence d'une onde acoustique. La masse volumique étant $\rho(x,t) = \rho_0 + \mu(x,t)$, la pression est $p(x,t) = P_0 + \pi(x,t)$ et la distribution du champ de vitesses est : $\vec{v}(x,t) = v(x,t)\vec{e}_x$.

Le champ de vitesses associé à une onde acoustique progressive se propageant dans ce milieu est de la forme : $v(x,t) = f(x-ct)$.

1- Déterminer la pression acoustique $\pi(x,t)$ correspondante. Exprimer le rapport $Z_a = \frac{\pi(x,t)}{v(x,t)}$ que l'on appelle « impédance acoustique » du milieu.

2- On étudie maintenant la propagation d'une onde sonore dans un tuyau. Ce tuyau est rempli dans la région des x négatifs par un fluide (1) et dans la région des x positifs par un autre fluide (2); ces deux fluides sont séparés en $x=0$ par une membrane de grande souplesse et de masse négligeable; ils possèdent la même pression d'équilibre P_0 . Les impédances acoustiques et les célérités des deux fluides prennent respectivement les valeurs Z_{a1} , c_1 et Z_{a2} , c_2 (voir figure-1).

Dans le domaine $x < 0$, une onde progressive se propage dans le sens des x croissants, décrite par la vitesse : $v_i(x,t) = v_i(x-c_1t)$. On constate qu'en général il se produit une onde réfléchie $v_r(x,t)$ et une onde transmise $v_t(x,t)$ à l'interface, comme représentées sur la figure-1.

Justifier la continuité des vitesses des particules du fluide de part et d'autre de l'interface.

Pourquoi y a-t-il également continuité de la surpression ?

3- On définit les coefficients de réflexion et de transmission de l'énergie acoustique de l'onde incidente à

l'interface comme $R = \left| \frac{v_r(0,t)}{v_i(0,t)} \right|^2$ et $T = 1 - R$. Exprimer R et T en fonction de Z_{a1} et Z_{a2} .

4- On reprend l'étude précédente, mais avec une interface constituée d'une paroi rigide, mobile sans frottement, de section S égale à celle du tube et de masse M , dont on négligera l'épaisseur pour simplifier l'écriture (figure-2). Quelle relation de continuité obtenue à la question 2- est conservée ? Comment l'autre est-elle modifiée ?

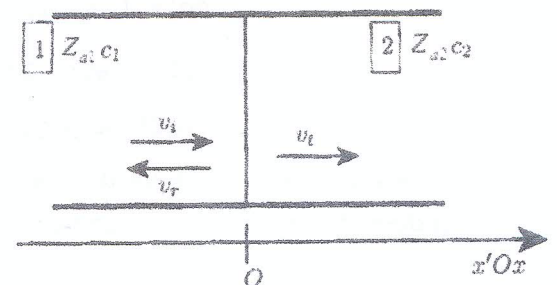


Figure 1

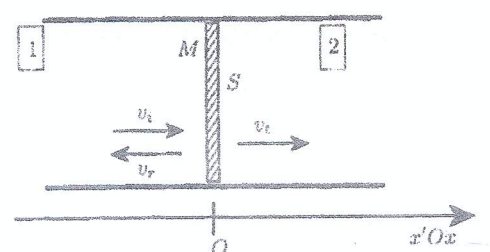


Figure 2

5- On considère une onde sonore incidente dont le champ de vitesses est de la forme : $\underline{v}_i(x,t) = \underline{A}_i \exp[j(\omega t - k_1 x)]$, $\underline{A}_i$ étant son amplitude complexe.

Préciser les expressions des champs de vitesses $\underline{v}_r(x,t)$ de l'onde réfléchi et $\underline{v}_t(x,t)$ de l'onde transmise; on désignera leurs amplitudes complexes respectivement par $\underline{A}_r$ et $\underline{A}_t$.

Déterminer le coefficient de réflexion en amplitude $r = \left| \frac{\underline{A}_r}{\underline{A}_i} \right|$ et en intensité $R = r^2$. Montrer que l'expression de R est formellement identique à celle obtenue à la question 3-/ en remplaçant Z_{a2} par une impédance Z'_{a2} que l'on déterminera. Comment évoluent R et T avec ω ? Quelle est l'influence de la masse M sur le coefficient de réflexion? Commenter le résultat.

Partie B : Mécanique des Fluides

Considérons les coordonnées cylindriques axées sur le tuyau, de rayon R et de longueur L (figure 3). Un point M est repéré soit par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) , soit par ses coordonnées cylindriques (r, θ, x) . Le point m est le projeté de M sur le plan Oyz , H est le projeté de M sur Ox , r et θ sont les coordonnées polaires de m dans ce plan où Oy est l'axe polaire. Le tuyau est d'axe Ox et le point O est à son entrée (la pression y est donc P_1). La pression à la sortie du tuyau est P_2 .

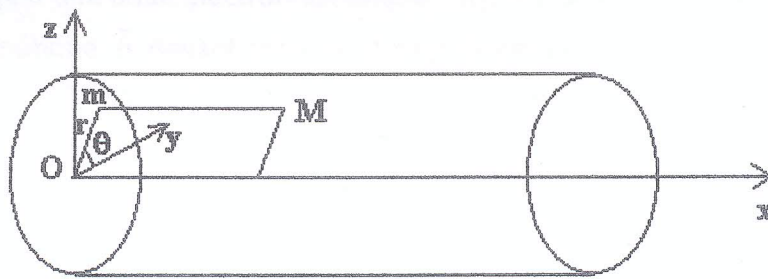


Figure 3

On va considérer un écoulement laminaire permanent suivant l'axe du tuyau. La pesanteur sera négligée. On supposera que la vitesse est de la forme : $\vec{v}(M) = v(r) \vec{e}_x$.

- 1) Indiquer qualitativement comment la pesanteur intervient dans ce problème et pourquoi on la néglige.
- 2) Nous proposons de faire un bilan de force sur un volume élémentaire cylindrique de fluide $d\tau = dr r d\theta dx$ autour de M de coordonnées (r, θ, x) :

2.1) Exprimer la résultante des forces de pression $d\vec{F}_p = -\overline{grad}P$ exercée sur l'élément $d\tau$.

2.2) Exprimer la résultante des forces de viscosité $d\vec{F}_v$ exercée sur l'élément $d\tau$.

2.3) Écrire l'équation de mouvement de l'élément de volume $d\tau$ du fluide.

3) Montrer que, dans ces conditions, la pression ne dépend pas de θ .

4) Dédire du bilan précédent les variations de la pression P suivant r et suivant x .

5) Montrer que la pression ne dépend pas de r .

6) Montrer que $\frac{dP}{dx}$ est indépendant de x . En déduire sa valeur en fonction de P_1 , P_2 et L , puis la valeur de

$$\frac{dv}{dr}.$$

7) Déterminer $v(r)$ et en déduire la vitesse moyenne V_m et le débit volumique D_v dans le cylindre.

- 8) Rappeler la signification physique d'une résistance. Définir alors K , la résistance hydraulique du tuyau, en dégagant la signification physique des deux paramètres physiques que l'on utilise (on illustrera la définition générale). En déduire son expression en fonction des caractéristiques du tuyau et du liquide.
- 9) On considère l'eau se trouvant à l'instant t dans le tuyau élémentaire horizontal de longueur L et d'épaisseur dr . Déterminer le travail élémentaire des forces de pression qui s'exercent sur ce système entre t et $t + dt$. En déduire $\mathcal{P}_p$, la puissance des forces pressantes qui s'exercent sur le liquide contenu dans l'ensemble du tuyau et $\mathcal{P}_v$, la puissance dissipée par la viscosité.

Écrire $\mathcal{P}_v$ en fonction de K et du débit volumique D_v .