

Devoir surveillé de Physique N° 01
(Durée : 2 H)

Partie I : Mécanique des fluides (Effet Magnus en tennis)

Ons Jabeur possède une frappe de balle (de tennis) très liftée. Lors de la frappe, elle crée en plus d'une vitesse $v_0 \vec{u}_z$ (rebond de la balle sur le tamis) du centre de gravité, une forte vitesse de rotation $\Omega_0 \vec{u}_y$ de la balle sur elle même, en profitant des frottements solides entre la balle et le tamis de la raquette.

Dans la suite l'axe $\vec{u}_x$ désigne la verticale ascendante. On se place dans le référentiel barycentrique R^* de la balle de tennis. On suppose l'écoulement de l'air parfait, homogène, incompressible et stationnaire.

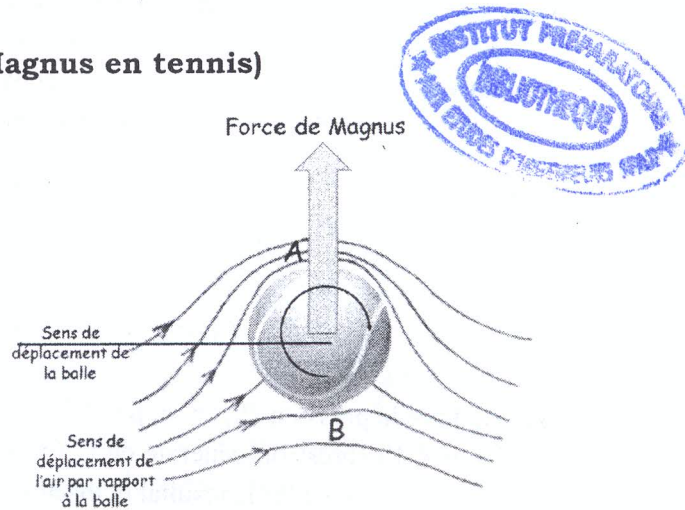


Figure 1 : Balle de tennis et effet Magnus

1. En supposant la vitesse de la balle de tennis constante, justifié que R^* est galiléen.
2. Décrire l'écoulement de l'air autour de la balle de tennis dans le référentiel galiléen (et ses propriétés)
3. Calculer la vitesse d'un point A du bord de la balle, dans le référentiel R^* de la balle de rayon R , situé à la verticale du centre de gravité, au-dessus de celui-ci, ainsi que la vitesse d'un point B du bord de la balle dans le référentiel R^* situé à la verticale du centre de gravité, au-dessous de celui-ci.
4. L'air au voisinage de la balle est partiellement entraîné par les poils de la balle de tennis, tant est si bien que la vitesse du fluide juste au-dessus de la balle de tennis (en A') est $\vec{v}'_A = -\vec{v}_0 + \varepsilon \vec{v}_A$ et en B', situé juste en dessous de B $\vec{v}'_B = -\vec{v}_0 + \varepsilon \vec{v}_B$. En déduire alors la différence de pression entre A' et B' en fonction de ε et des autres paramètres pertinents du problème.
5. Quelle est alors la direction de la force résultante de cette différence de pression ?
6. Quel est qualitativement l'effet de cette force sur la trajectoire de la balle de tennis ?

7. La balle de tennis est modélisée (correctement) par une sphère de rayon R et d'axe horizontal Oz. On étudie cette sphère dans une soufflerie qui génère un écoulement parfait, permanent et irrotationnel d'un fluide incompressible de masse volumique ρ dont le champ de vitesses est uniforme $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$.

A l'instant t , on place la sphère solide de rayon R de centre O initialement au repos (figure 2). Un nouveau régime d'écoulement irrotationnel s'instaure dans le fluide.

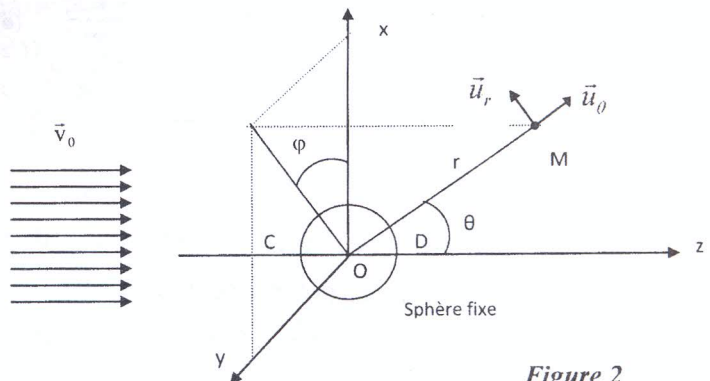


Figure 2

7.a Déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le potentiel $\phi(r, \theta, \varphi)$. Quelles sont les conditions aux limites vérifiées par $\phi(M)$.

7.b On cherche le potentiel ϕ sous la forme : $\phi(r, \theta) = f(r) \cos \theta$ Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $f(r)$.

7.c En faisant le changement de variable $u = \ln(r)$ où $\ln$ désigne le logarithme népérien, montrer que la solution de l'équation précédente s'écrit sous la forme $f(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r^2}$ où C_1 et C_2 sont des constantes.

7.d En utilisant les conditions aux limites, déterminer C_1 et C_2 . En déduire les expressions de $\phi(r, \theta)$ et de la vitesse en tout point de l'écoulement, en fonction de v_0 , R , r et θ . Déterminer les positions des points où la vitesse est extrême. Calculer les valeurs de la vitesse en ces points.

7.e Dans un plan contenant l'axe (Oz) , tracer l'allure des lignes de courant. Expliquer en particulier le comportement de ces lignes au voisinage de la sphère.

8. La sphère est maintenant en rotation autour de son axe fixe (Oy) . Cette rotation induit à l'extérieur de la sphère un champ de vitesse supplémentaire de la forme : $\vec{v}_{rot} = -\frac{\omega R^4}{r^3} \vec{u}_\theta$.

8.a Représenter, pour différentes valeurs de ω , la nouvelle carte des lignes de courant du fluide, en précisant les positions des points d'arrêt.

8.b On désigne par P_o , la pression à l'infini sur l'axe (Oz) . Exprimer la pression en un point d'arrêt en fonction de v_0 , ρ et P_o .

8.c Déduire la pression P_M en un point $M(r, \theta, \varphi)$ de la surface de la sphère.

8.d Donner l'expression générale de la force de pression exercée par le fluide sur la sphère et justifier son orientation. Commenter le résultat et discuter à cette occasion les hypothèses faites lors de la modélisation.

On donne : $\overrightarrow{\text{grad}} U = \frac{\partial U}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi$.

Partie II : Electromagnétisme et physique des Ondes

Problème 1 :

On étudie un modèle simplifié de transformateur représenté sur la figure 3. Il est constitué d'un circuit magnétique torique d'axe (Oz) à section carrée de côté a et de rayon intérieur R . On suppose que le milieu magnétique est parfait. L'espace est rapporté à la base cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ illustrée pour un point M quelconque sur le schéma.

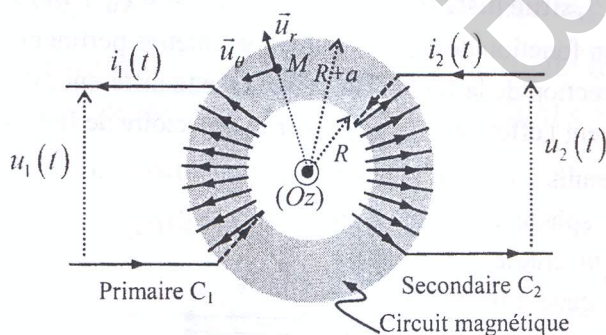


Figure 3

Le bobinage primaire, noté C_1 , est constitué de N_1 spires enroulées autour du circuit magnétique. Il est parcouru par un courant d'intensité $i_1(t)$ imposé par un générateur. Le bobinage secondaire noté C_2 est enroulé en N_2 spires autour de ce tore et est parcouru par un courant d'intensité $i_2(t)$, branché généralement sur une charge. On notera μ_0 la perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

1. Expliquer brièvement l'origine de l'apparition du courant secondaire $i_2(t)$.

2. Justifier que le champ magnétique $\vec{B}_1(M, t)$ créé à l'intérieur du tore par le courant $i_1(t)$ circulant dans C_1 est de la forme : $\vec{B}_1(M, t) = B_1(r, t) \vec{u}_\theta$.
3. En appliquant le théorème d'Ampère à un contour (Γ) soigneusement précisé, démontrer que le champ magnétique $\vec{B}_1$ créé par le circuit C_1 en tout point à l'intérieur du tore (circuit magnétique) est donné par : $\vec{B}_1(r, t) = \frac{\mu_0 N_1}{2\pi r} i_1(t) \vec{u}_\theta$.
4. Établir l'expression du flux magnétique ϕ_m du champ magnétique $\vec{B}_1$ à travers une spire du circuit C_1 .
5. En déduire le flux magnétique total ϕ_m au travers les N_1 spires du circuit C_1 .
6. Rappeler la définition de l'inductance propre L . En déduire que l'inductance propre L_1 du circuit C_1 est donnée par : $L_1 = N_1^2 \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)$.
7. Quelle est alors l'expression de l'inductance propre L_2 du circuit C_2 ?
8. Rappeler la définition du coefficient d'inductance mutuelle M .
9. Démontrer que ce coefficient M est donné par : $M = N_1 N_2 \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right)$.
10. Les résistances des bobinages primaire et secondaire sont négligeables, exprimer la tension $u_1(t)$ aux bornes du primaire en fonction des dérivées par rapport au temps de $i_1(t)$ et $i_2(t)$ et des coefficients L_1 et M .
11. Faire de même pour la tension $u_2(t)$ aux bornes du secondaire en fonction des dérivées par rapport au temps de $i_1(t)$ et $i_2(t)$ et des coefficients L_2 et M .
12. En déduire que l'on a la relation suivante : $u_1(t) = \frac{L_1}{M} u_2(t) + \frac{M^2 - L_1 L_2}{M} \frac{di_2(t)}{dt}$.
13. Dans le cas où le circuit secondaire est ouvert, montrer que cette relation se réduit au rapport de transformation, défini comme le rapport des tensions du secondaire et du primaire : $\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}$. Qu'appelle-t-on cette loi ?
14. Expliquer alors comment les transformateurs constituent des éléments centraux de la chaîne de transport de l'électricité.
15. Que peut-on dire à propos du rendement en puissance des transformateurs réels ?
16. Le fonctionnement d'un transformateur est-il possible pour des signaux continus ? Justifier votre réponse.
17. Quel peut être l'intérêt d'utiliser un transformateur si les circuits primaire et secondaire comportent le même nombre de spires ?
18. Technologiquement, les matériaux magnétiques des transformateurs sont réalisés en accolant des feuillets en acier. Quel type de pertes cherche-t-on ainsi à éviter ?

Problème 2 :

On considère une onde électromagnétique émise par une source laser. Cette onde est plane progressive harmonique polarisée rectilignement. Sa propagation est faite dans l'air, milieu assimilé à du vide (on note ε_0 la permittivité diélectrique et μ_0 la perméabilité magnétique). Le champ électrique associé est donné par : $\vec{E}(M, t) = E_0 \exp j(\omega t - kx) \vec{u}_y$.

- 1- Donner l'expression du vecteur champ magnétique associé $\vec{B}(M, t)$ et son intensité B_0 .



- 2- Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{R}(M, t)$.
- 3- Exprimer sa valeur moyenne temporelle $\langle \vec{R}(M, t) \rangle$ en fonction de E_0 , c et ε_0 .
- 4- La source laser émet un faisceau de lumière cylindrique de section $s = 10 \text{ mm}^2$ et dont la puissance moyenne est $\langle P \rangle = 400 \text{ W}$. Quelle est l'amplitude du champ électrique associé à cette onde?

L'onde électromagnétique précédemment décrite par le champ électrique incident $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_i(M, t) = E_0 \exp j(\omega t - kx) \vec{u}_y$ se propage dans la zone définie par le demi-espace $x < 0$.

En arrivant à la surface coïncidant avec le plan $x=0$, elle subit une réflexion totale (due par exemple à la présence d'un miroir parfait) (figure 4). Il en résulte qu'une onde électromagnétique réfléchie prend naissance dont le champ électrique associé est de la forme :

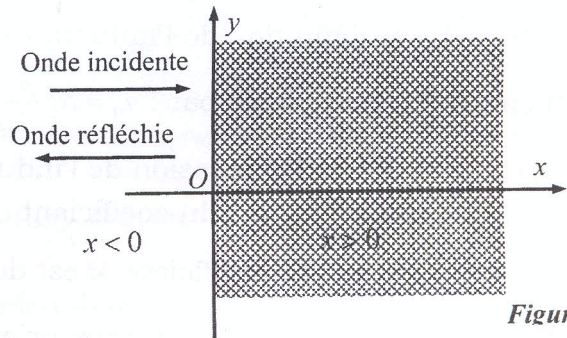


Figure 4

$$\vec{E}_r(M, t) = E_{0r} \exp j(\omega t + kx) \vec{u}_y.$$

On admettra que le champ électrique dans la zone de l'espace $x > 0$ (dit champ transmis) $\vec{E}(x > 0, t) = \vec{0}$ est nul en tout point de cette zone.

- 5- En supposant que le champ électrique est continu à la surface $x=0$, montrer que l'amplitude du champ électrique réfléchi, s'écrit : $\vec{E}_{0r} = -E_0 \vec{u}_y$. Déduire la nature de la polarisation de l'onde réfléchie.
- 6- Déterminer l'expression du champ électrique résultant $\vec{E}_R(M, t)$ qui règne dans la zone $x < 0$. Déduire son expression réelle $\vec{E}_R(M, t)$. Conclure à propos de la nature de l'onde résultante.
- 7- Montrer que le champ magnétique résultant s'écrit sous la forme : $\vec{B}_R(M, t) = \frac{2E_0}{c} \cos(kx) \cos(\omega t) \vec{u}_z$. Préciser l'orientation de $\vec{B}_R$ par rapport à la surface $x=0$.
- 8- En admettant la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique à la surface $x=0$ qui se manifeste par la relation : $\vec{u}_x \wedge (\vec{B}(x=0^+, t) - \vec{B}(x=0^-, t)) = \mu_0 \vec{J}_s$. Exprimer le vecteur densité de courant surfacique $\vec{J}_s(x=0, t)$ qui apparaît sur la surface.
- 9- Exprimer le vecteur de Poynting $\langle \vec{R}_R(M, t) \rangle$ puis calculer sa valeur moyenne. Commenter.
- 10- Exprimer la densité volumique moyenne de l'énergie électromagnétique $\langle u_{em}(M, t) \rangle$. Commenter.

