

Examen de fin du deuxième semestre de Systèmes Techniques Automatisés

Sections : M.P2 & P.C.2

Durée : 3H

Date : 08 Mai 2024

L'épreuve comporte deux parties indépendantes :

— **Partie A : Mécanique des Solides Indéformables**

— **Partie B : Automatique**

- aucun autre document n'est autorisé;
- le document énoncé de la partie A comporte 6 pages;
- le document réponses de la partie A comporte 7 pages;
- le document énoncé de la partie B comporte 4 pages;
- le document réponses de la partie B comporte 3 pages à rendre avec la feuille d'examen;

Étude d'un Mélangeur de peinture bi-axial

Mise en situation

Le mélangeur de peinture bi-axial "BIAX" est un malaxeur stationnaire pour des pots étanches, ronds, rectangulaires et ovales, en métal ou en plastique (Figure 1).

Les peintures, colorants, laques bâtiment ou industrie ainsi que les crépis et autres matériaux à viscosité faible peuvent être mélangés. Le domaine d'utilisation s'étend du grossiste au détaillant, de l'industrie des laques et peintures jusqu'aux activités voisines. Le mélangeur est particulièrement indiqué en tant que composant d'un système de mise à la teinte.

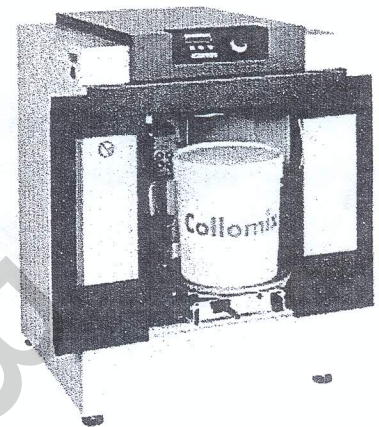


FIGURE 1 – Mélangeur bi-axial

La machine est composée de deux unités essentielles :

- unité de serrage : son rôle est la mise et le maintien en position du pot;
- unité de rotation : son rôle est d'animer en rotation le pot autour des axes longitudinal et transversal.

A.I : Étude mécanique de l'unité de serrage

Le serrage du pot est assuré par un mécanisme composé d'un moteur et d'un système vis écrou permettant le déplacement simultané des deux plateaux suivant deux sens opposés (Figure 2). L'utilisation de deux liaisons hélicoïdales a pour objectif d'augmenter l'effort de serrage afin d'empêcher le glissement ou le pivotement du pot.

Le moteur de serrage est un moto-réducteur composé d'un moteur à courant continu, délivrant un couple C_{ms} et une vitesse angulaire ω_{ms} et équipé d'un frein agissant sur le rotor, suivi d'un réducteur de

rapport de réduction $r = 0,2$. Le mouvement est par la suite transmis aux plateaux supérieur et inférieur par l'intermédiaire d'un engrenage parallèle, de **rapport de transmission $k = -1$** (non représenté sur la Figure 2) et deux systèmes vis-écrou de **pas $p = 5 \text{ mm}$** .

Le schéma cinématique simplifié de l'unité de serrage est représenté sur la Figure 2. Le mécanisme est constitué des éléments suivants :

- colonne de guidage liée au bâti (0) auquel on attache le repère $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen ;
- vis (12) en liaison pivot d'axe $(O_2, \vec{y}_0)$ avec la colonne (0) ;
- ensemble supérieur $E_s = \{6, 7, P_s\}$ (aucun mouvement relatif entre les solides de l'ensemble E_s) : en liaison glissière de direction $\vec{y}_0$ avec la colonne (0) et en liaison hélicoïdale, à droite et de pas p d'axe $(N_2, \vec{y}_0)$ avec la vis (12) ;
- ensemble inférieur $E_i = \{8, P_i\}$ (aucun mouvement relatif entre les solides de l'ensemble E_i) : en liaison glissière de direction $\vec{y}_0$ avec la colonne (0) et en liaison hélicoïdale, à gauche et de pas p d'axe $(N_1, \vec{y}_0)$ avec la vis (12).

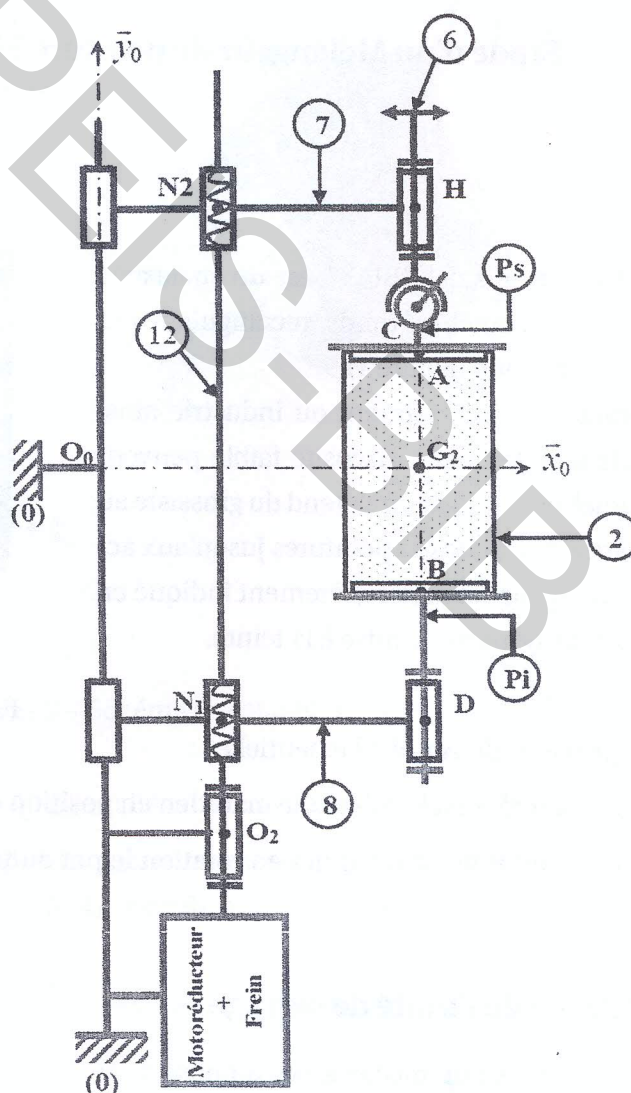


FIGURE 2 – Schéma cinématique simplifié de l'unité de serrage

On donne :

$$\vec{\Omega}_{(12/0)} = \omega_{12} \vec{y}_0 \quad ; \quad \vec{O_0 N_1} = d \vec{x}_0 - y(t) \vec{y}_0 \quad ; \quad \vec{O_0 N_2} = d \vec{x}_0 + y(t) \vec{y}_0 \quad ; \quad \vec{O_0 O_2} = d \vec{x}_0 - b \vec{y}_0 \quad ; \quad p = 5 \text{ mm}$$

Étude statique : calcul du couple de freinage pour maintenir le pot

Le pot de peinture (2) est de masse M et de centre G_2 . On donne $M = 40$ kg (masse maximale supportée par la machine).

Les autres solides seront considérés de masses négligeables.

Modélisation des actions mécaniques :

- Les actions mécaniques entre le plateau supérieur (P_s) et le pot de peinture (2) seront modélisées par le torseur suivant :

$$\{\tau_{(2 \rightarrow P_s)}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{R}_s \\ \vec{M}_s \end{Bmatrix} ; \text{ avec } \vec{R}_s \cdot \vec{y}_0 = N_s, \text{ tel que : } N_s = 450 \text{ N}$$

- Les actions mécaniques entre le plateau inférieur (P_i) et le pot de peinture (2) seront modélisées par le torseur suivant :

$$\{\tau_{(P_i \rightarrow 2)}\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{R}_i \\ \vec{M}_i \end{Bmatrix} ; \text{ avec } \vec{R}_i \cdot \vec{y}_0 = N_i > 0$$

- L'action mécanique du frein sur la vis (12) est représentée par le torseur suivant :

$$\{\tau_{(\text{frein} \rightarrow 12)}\}_{O_2} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -C_f \vec{y}_0 \end{Bmatrix} \text{ où } C_f \text{ est le couple de freinage associé au motoréducteur.}$$

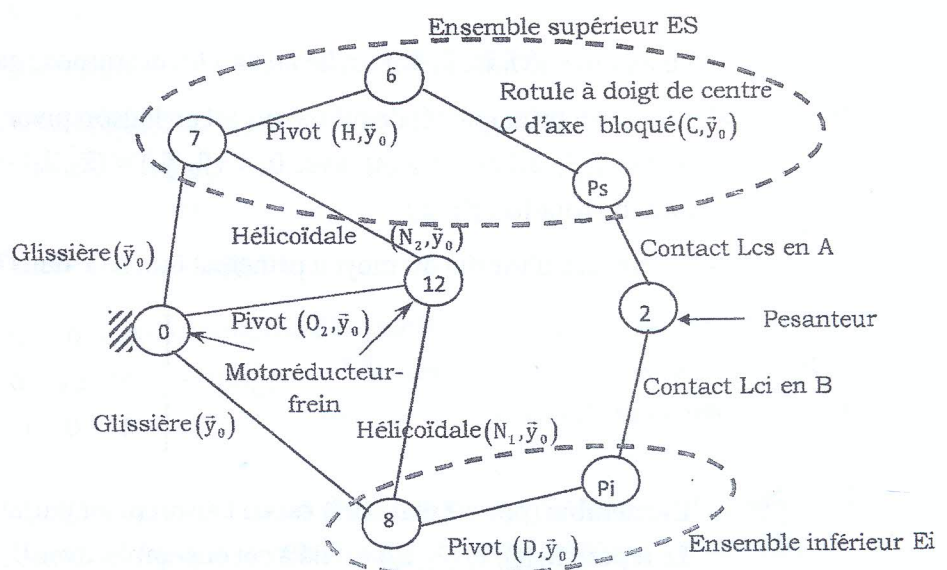
Le dispositif de freinage permet un **couple maximal de 300 N.mm** sur l'axe moteur

- L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g \vec{y}_0$, avec $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$
- Il convient donc de retenir la notation représentant le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison entre un solide (i) et un solide (j) au point Q "centre géométrique de la liaison", exprimé dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$:

$$\{\tau_{(i \rightarrow j)}\}_Q = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_Q^{\mathcal{B}_0}$$

Graphe de structure :

Remarque : Le contact L_{cj} est un contact linéique circulaire entre 2 et P_j , avec $j = \{i, s\}$.



A.II. Étude de l'unité de rotation

- La rotation autour de l'axe transversal est assurée par un moteur asservi en vitesse entraînant le moyeu principal via un réducteur poulies-courroies.
- La rotation autour de l'axe longitudinal provient d'un engrenage conique épicycloïdal et d'un système pignon-chaîne.

Étude cinématique et dynamique de l'unité de rotation

On adopte une modélisation simplifiée du mélangeur faisant montrer la rotation du pot sur lui-même autour de deux axes perpendiculaires.

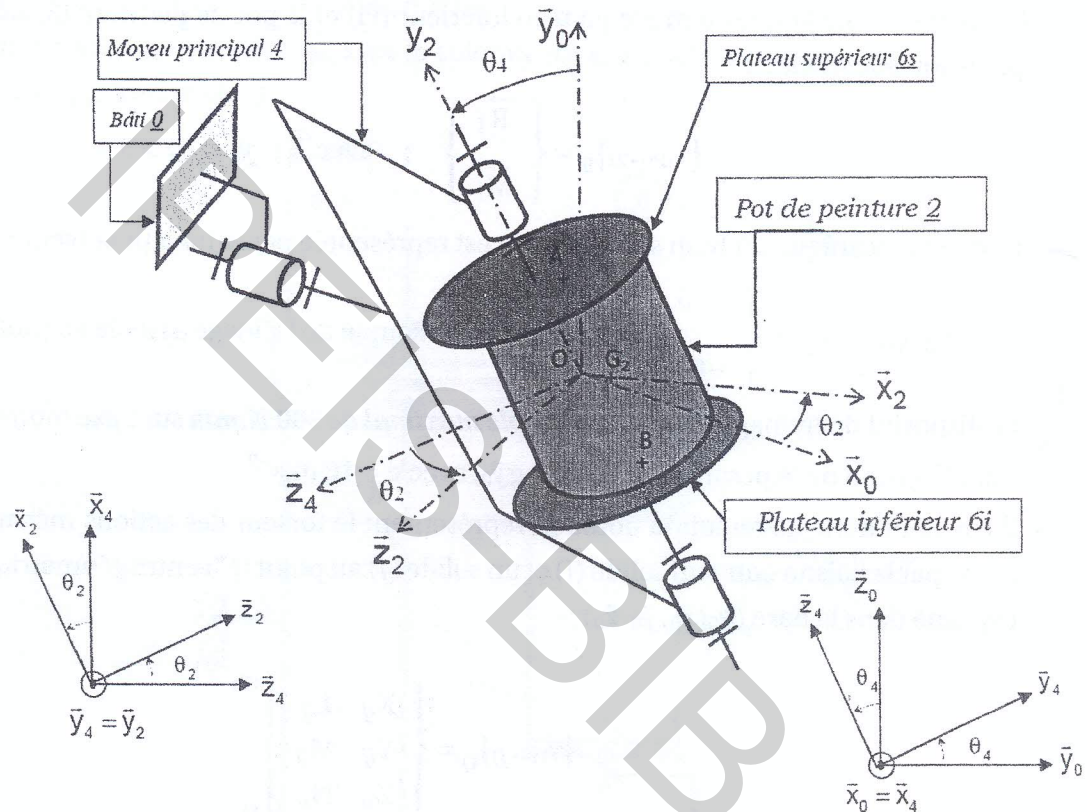


FIGURE 3 – Schéma cinématique simplifié de l'unité de rotation

- Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti (0) et supposé galiléen.
- Le moyeu principal (4) de masse m_4 est en liaison pivot parfaite d'axe $(O, \vec{x}_0)$ avec le bâti. Le repère $R_4(O, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ est lié à (4), avec $\theta_4 = (\vec{y}_0, \vec{y}_4) = (\vec{z}_0, \vec{z}_4)$ et $\vec{x}_0 = \vec{x}_4$; son centre d'inertie est situé sur l'axe de rotation $(O, \vec{x}_0)$.
- La matrice d'inertie du moyeu principal (4) en O, dans la base $(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ est défini par :

$$[I_O(4)] = \begin{bmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)}$$

- L'ensemble (pot + 2 plateaux) est en liaison pivot parfaite d'axe $(O, \vec{y}_4)$ avec le moyeu principal (4). Le repère $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié à cet ensemble, avec $\theta_2 = (\vec{z}_4, \vec{z}_2) = (\vec{x}_4, \vec{x}_2)$ et $\vec{y}_4 = \vec{y}_2$.

- On considère le pot (2), de masse M , excentré sur les plateaux, et G_2 son centre d'inertie tel que : $\overrightarrow{OG_2} = a\vec{x}_2$.
- Le pot (2) sera considéré comme un cylindre d'axe de révolution $(G_2, \vec{y}_2)$, de matrice d'inertie en O , dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ défini par :

$$[I_O(2)] = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$$

- Les plateaux (6s) et (6i) seront considérés comme des solides de masse et d'inertie négligeables.
- Le couple appliqué par la motorisation sur le moyeu principal (4) du mélangeur est noté $\vec{C}_{m4}$ tel que $\vec{C}_{m4} = C_{m4} \vec{x}_0$.
- L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{y}_0$.

Étude de la chaîne de transmission

La rotation autour de l'axe transversal est assurée par un moteur asservi en vitesse entraînant le moyeu principal via un réducteur poulies-courroies.

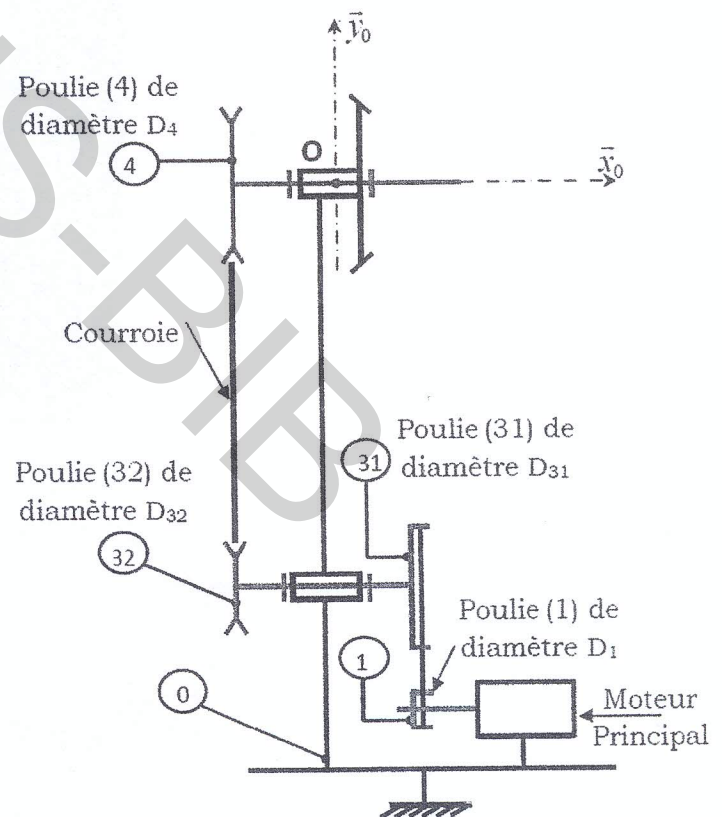
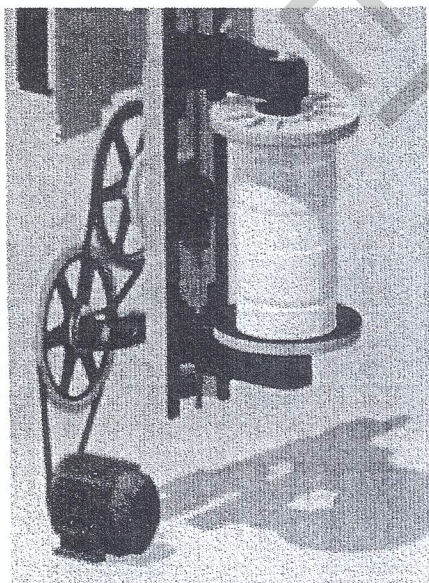


FIGURE 4 – Chaîne de transmission

Données et hypothèses :

- le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti (0) et supposé galiléen ;
- les trois solides (1), (3) = {31, 32} et (4) sont en liaisons pivots avec le bâti ;
- l'action mécanique du moteur sur (1) est modélisée par un torseur couple de moment : $\vec{C}_m = C_m \vec{x}_0$;

- l'action mécanique du récepteur sur (4) est modélisée par un torseur couple de moment :

$$\vec{C}_{m4} = -C_{m4}\vec{x}_0;$$
- les solides tournants sont équilibrés dynamiquement ;
- les courroies sont supposées inextensibles et de masses négligeables ;
- les liaisons sont parfaites et pas de glissement dans le système poulies-courroies ;

Caractéristiques d'inertie :

- J_1 : le moment d'inertie de l'ensemble {arbre moteur, poulie 1} par rapport à son axe de rotation de vitesse angulaire $\omega_1 = \omega_m$;
- J_3 : le moment d'inertie de l'ensemble {axe 3, poulie 31, poulie 32} par rapport à son axe de rotation de vitesse angulaire ω_3 ;
- J_4 : le moment d'inertie de l'ensemble {axe 4, poulie 4} par rapport à son axe de rotation de vitesse angulaire ω_4 ;

On donne :

$r_1 = \frac{\omega_{31}}{\omega_1}$ et $r_2 = \frac{\omega_4}{\omega_{32}}$: les rapports de réduction du réducteur poulies-courroies.

Document réponses (1/2)

Épreuve de : Systèmes Techniques Automatisés – *Partie A : Mécanique des Solides Indéformables*

CIN / N° d'inscription pour les étrangers :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nom :

Prénom :

Salle :

Groupe :

✂

A.I. Étude mécanique de l'unité de serrage

A.I.1) Écrire au point O_2 , puis au point N_1 , le torseur cinématique de la vis (12) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

.....

.....

.....

.....

.....

$$\{V_{(12/0)}\}_{O_2} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \end{array} \right\} ; \quad \{V_{(12/0)}\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \end{array} \right\}$$

A.I.2) Écrire au point N_1 , le torseur cinématique de l'ensemble inférieur Ei dans son mouvement par rapport au bâti (0).

.....

.....

.....

$$\{V_{(Ei/0)}\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \\ \end{array} \right\}$$

A.I.3) En déduire, au point N_1 , le torseur cinématique de l'ensemble inférieur Ei dans son mouvement par rapport à la vis (12) en fonction de ω_{12} et p puis en fonction de ω_{ms} , r et p (On donne : $\omega_{12} = k \cdot r \cdot \omega_{ms}$).

.....

.....

.....

NE RIEN ÉCRIRE ICI

$$\{V_{(Ei/12)}\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} ; \quad \{V_{(Ei/12)}\}_{N_1} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$$

A.I.4) En déduire, au point N_2 , le torseur cinématique de l'ensemble supérieur Es dans son mouvement par rapport à la vis (12) en fonction de ω_{ms} , r et p .

.....

.....

$$\{V_{(Es/12)}\}_{N_2} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$$

Étude statique : calcul du couple de freinage pour maintenir le pot

L'objectif de cette étude est de vérifier le maintien du freinage du rotor.

Les données relatives à cette étude sont inscrites sur la page 3 du document énoncé.

A.I.5) Donner la forme des torseurs des actions mécaniques des liaisons indiquées dans le tableau suivant :

Liaisons	Torseur des actions mécaniques transmissibles dans la base $\mathcal{B}_0$	Liaisons	Torseur des actions mécaniques transmissibles dans la base $\mathcal{B}_0$
L_{0-12}	$\{\tau_{(0 \rightarrow 12)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$	L_{0-7}	$\{\tau_{(0 \rightarrow 7)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$
L_{12-8}	$\{\tau_{(12 \rightarrow 8)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$	L_{0-8}	$\{\tau_{(0 \rightarrow 8)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$
L_{12-7}	$\{\tau_{(12 \rightarrow 7)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$	L_{Ps-6}	$\{\tau_{(6 \rightarrow Ps)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$

A.I.6) Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble $E_s = \{6, 7, P_s\}$ en projection sur $\vec{y}_0$.

A.I.7) Déterminer l'équation scalaire issue de l'application du théorème de la résultante statique à l'ensemble $E_i = \{8, P_i\}$ en projection sur $\vec{y}_0$.

A.I.8) Isoler (2), puis appliquer le théorème de résultante statique en projection sur $\vec{y}_0$ pour déterminer l'expression de l'effort N_i en fonction de M , g et N_s .

A.I.9) En appliquant le théorème du moment statique à la vis (12) en O_2 en projection sur $\vec{y}_0$, déterminer l'expression du couple de freinage C_f en fonction de p , M , g et N_s .

A.I.10) Sachant qu'au niveau du moteur, le couple de freinage est $C_{f_{\text{mot}}} = k \cdot r \cdot C_f$. Faire l'application numérique et déduire si le maintien du freinage est assuré ou non ?

.....

.....

.....

.....

.....

A.II. Étude de l'unité de rotation

L'objectif de cette étude est de dimensionner le moteur principal.

Les données relatives à cette étude sont inscrites sur les pages 4 et 5 du document énoncé.

Étude cinématique et dynamique de l'unité de rotation

A.II.1) Écrire au point O les torseurs cinématiques suivants : $\{V_{(2/4)}\}_O$, $\{V_{(4/0)}\}_O$ et $\{V_{(2/0)}\}_O$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\boxed{\{V_{(2/4)}\}_O = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix}} ; \quad \boxed{\{V_{(4/0)}\}_O = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix}} ; \quad \boxed{\{V_{(2/0)}\}_O = \begin{Bmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{Bmatrix}}$$

A.II.2) Déterminer le moment cinétique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\boxed{\vec{\sigma}_O(2/R_0) = \dots\dots\dots}$$

Document réponses (2/2)

Épreuve de : **Systèmes Techniques Automatisés – Partie A : Mécanique des Solides Indéformables**

CIN / N° d'inscription pour les étrangers :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nom :

Prénom :

Salle :

Groupe :

✂.....✂

A.II.3) Déterminer la projection sur $\vec{x}_0$ du moment dynamique, au point O, du pot (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$\vec{\delta}_{O(2/R_0)} \cdot \vec{x}_0 =$

A.II.4) Donner la projection sur $\vec{x}_0$ du moment dynamique, au point O, du moyeu (4) dans son mouvement par rapport au repère R_0 .

.....

.....

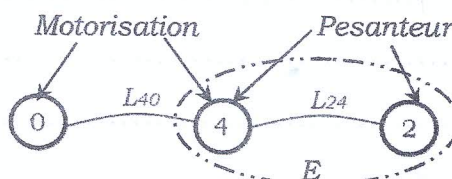
.....

.....

.....

$\vec{\delta}_{O(4/R_0)} \cdot \vec{x}_0 =$

On note $E = \{4, 2\}$ l'ensemble en mouvement par rapport à R_0 et on donne le graphe d'analyse ci-dessous :



NE RIEN ÉCRIRE ICI

A.II.5) Déterminer, par application du théorème du moment dynamique à l'ensemble E au point O en projection sur $\vec{x}_0$, l'expression du couple C_{m4} en fonction de θ_2 , θ_4 , leurs dérivées et des données.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$C_{m4} =$

Étude de la chaîne de transmission

Les données relatives à cette étude sont inscrites sur les pages 5 et 6 du document énoncé.

A.II.6) Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $\Sigma = \{1, 3, 4\}$ dans son mouvement par rapport à R_0 .

.....

.....

.....

.....

.....

$$E_c(\Sigma/R_0) = \dots\dots\dots$$

A.II.7) En déduire le moment d'inertie équivalent $J_{\text{éq}}$ ramené sur l'arbre moteur en fonction de J_1, J_3, J_4, r_1 et r_2 .

$$J_{\text{éq}} = \dots\dots\dots$$

A.II.8) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport à R_0 et déterminer une expression littérale du couple moteur C_m en fonction de $C_{m4}, J_{\text{éq}}, \omega_m, r_1$ et r_2 .

$$C_m = \dots\dots\dots$$

A.II.9) En déduire l'expression du couple résistant ramené sur l'arbre moteur C_r tel que : $C_m = C_r + J_{\text{éq}} \frac{d\omega_m}{dt}$

$$C_r = \dots\dots\dots$$

Partie B : Automatique

Etude de l'asservissement en vitesse du mouvement autour de l'axe transversal

Objectif : Modéliser la chaîne d'asservissement en vitesse du moteur et déterminer les paramètres du correcteur permettant de respecter les exigences suivantes :

- Temps de réponse à 5% inférieur à 0.6s ($T_{R5\%} < 0.6s$) ;
- Pas de dépassement de la consigne ;
- Erreur nulle en régime permanent pour une entrée en échelon de vitesse ;
- $MP \geq 40^\circ$ et $MG \geq 12dB$.

Le moteur de serrage est un moto-réducteur composé d'un moteur à courant continu, délivrant un couple moteur $c_m(t)$ et une vitesse angulaire $\omega_m(t)$ et équipé d'un frein agissant sur le rotor, suivi d'un réducteur. Le mouvement est par la suite transmis aux plateaux supérieur et inférieur par l'intermédiaire d'un engrenage parallèle et deux systèmes vis-écrou. L'asservissement en vitesse du mélangeur est représenté par le schéma de principe suivant :

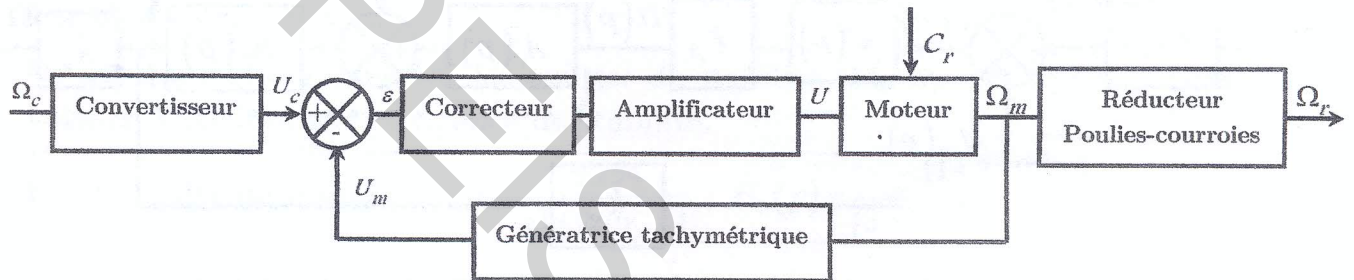


Figure n°1. Schéma de principe de l'asservissement en vitesse du mélangeur

Symbole	Désignation	Unités
$u(t)$	Tension d'alimentation du moteur	[V]
$e(t)$	Force contre-électromotrice	[V]
$i(t)$	Courant moteur	[A]
$\omega_c(t)$	Consigne de vitesse	[rad/s]
$\omega_m(t)$	Vitesse de rotation du moteur	[rad/s]
$\omega_r(t)$	Vitesse de rotation % à l'axe transversal	[rad/s]
$c_m(t)$	Couple moteur	[N.m]
$c_r(t)$	Couple résistant	[N.m]
R	Résistance de l'induit	[Ω]
L	Inductance de l'induit	[H]
k_e	Constante de force contre électromotrice	V/(rad/s)
k_c	Constante de couple	(N.m)/A
J_{eq}	Moment d'inertie équivalent	$5,3 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$

On notera $U(p)$, $E(p)$, $I(p)$, $\Omega_c(p)$, $\Omega_m(p)$, $\Omega_r(p)$, $C_m(p)$ et $C_r(p)$ les transformées de Laplace respectives de $u(t)$, $e(t)$, $i(t)$, $\omega_c(t)$, $\omega_m(t)$, $\omega_r(t)$, $c_m(t)$ et $c_r(t)$.

Modélisation du moteur électrique à courant continu :

On donne les équations suivantes caractérisant le moteur :

$$u(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1)$$

$$c_m(t) = k_i i(t) \quad (2)$$

$$e(t) = k_e \omega_m(t) \quad (3)$$

$$c_m(t) - c_r(t) = J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (4)$$

1. En considérant que toutes les conditions initiales sont nulles, donner les quatre équations précédentes dans le domaine de Laplace, puis compléter le schéma bloc du document réponses Figure n°4.

La figure n°2 représente le schéma-bloc fonctionnel associé à la modélisation de l'asservissement en vitesse du mélangeur.

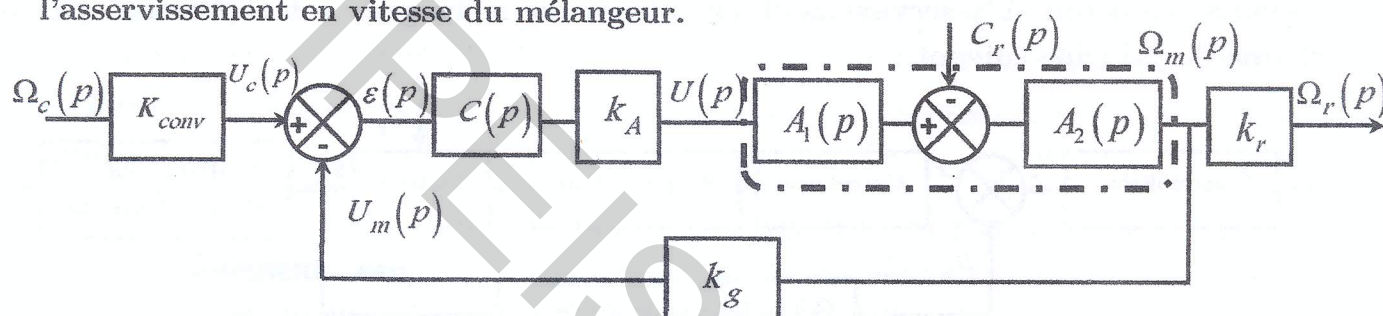


Figure n°2. Schéma-bloc de l'asservissement en vitesse du mélangeur

Blocs	Fonctions de transfert	$\begin{cases} A_1(p) = \frac{K_1}{(1+\tau.p)} \\ A_2(p) = \frac{K_2(1+\tau.p)}{\left(\frac{1}{\omega_n^2}p^2 + \frac{2\xi}{\omega_n}p + 1\right)} \end{cases}$
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)	
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)	
Amplificateur	$k_A = 5$ (sans unité)	
Génératrice tachymétrique	$k_g = 2 \times 10^{-3} V / (rad / s)$	
Réducteur (poules-courroies)	$k_r = 0,2$	

2. Déterminer les fonctions de transfert $A_1(p)$ et $A_2(p)$ en fonction de R , L , k_e , k_i et J_{eq} (commencer par $A_2(p)$). Déduire les expressions des gains statiques K_1 et K_2 , de la constante du temps τ , du facteur d'amortissement ξ et de la pulsation propre ω_n .
3. Quelle doit être la fonction de transfert K_{conv} du convertisseur de consigne si l'on veut que l'écart ε , en régime permanent, soit nul, quand la vitesse $\omega_r(t)$ est égale à la vitesse de consigne $\omega_c(t)$?

Le schéma bloc de l'asservissement peut se mettre sous la forme suivante :

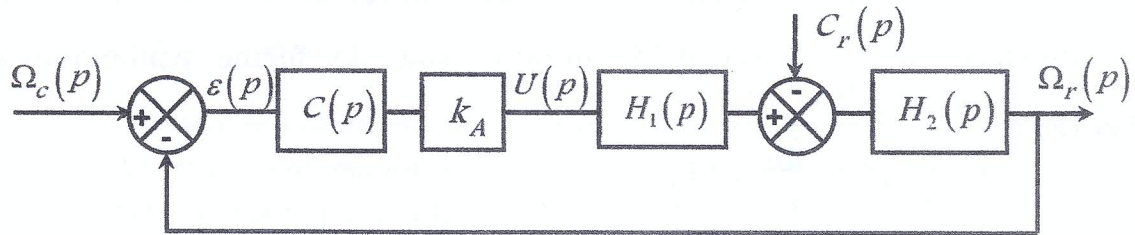


Figure n°3. Schéma bloc modifié de l'asservissement en vitesse du mélangeur

4. Déterminer les expressions des fonctions de transferts : $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

Étude du système non corrigé : $C(p) = 1$

Soit $H_{BO}(p)$ la fonction de transfert en boucle ouverte du système non corrigé.

Le diagramme de Bode correspondant est donné sur le document réponse Figure n°5.

5. Tracer les asymptotes, puis identifier l'ordre ainsi que les paramètres de $H_{BO}(p)$; Justifier votre réponse.
6. Représenter graphiquement les marges de stabilité (Figure n°5), puis donner leurs valeurs. Conclure sur l'exigence de stabilité.

Pour la suite on prend : $H_1(p) = \frac{0.254}{(1 + 2 \cdot 10^{-3} p)}$; $H_2(p) = \frac{(1 + 2 \cdot 10^{-3} p)}{(4 \cdot 10^{-4} p^2 + 0,2\sqrt{2}p + 1)}$

Les valeurs numériques sont dans les unités du système international.

Pour $C_r(p) = 0$, la fonction de transfert en boucle fermée s'écrit sous la forme :

$$H_{BF}(p) = \frac{\Omega_r(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K_{BF}}{\left(\frac{1}{\omega_{BF}^2} p^2 + \frac{2\xi_{BF}}{\omega_{BF}} p + 1 \right)}$$

7. Donner l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ sous sa forme canonique. Déterminer les valeurs numériques des paramètres canoniques.
8. En utilisant l'abaque du temps de réponse réduit représenté sur la Figure n°6, déterminer le temps de réponse à 5% ($T_{R5\%}$).
9. La commande du système sans correction permet-elle de satisfaire les exigences fixées pour la précision et la rapidité ?

Étude du système corrigé par un correcteur PI de fonction de transfert $C(p) = K \frac{1+T.p}{T.p}$

10. Tracer, sur votre copie, le diagramme de Bode (asymptotique et allure du diagramme réel) du correcteur. Indiquer les pentes et les points caractéristiques en fonction de K et T .
11. Quel est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité.

12. On choisit la valeur de $T = \frac{1}{5} = 0.2s$. Déterminer l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée, sous la forme canonique suivante :

$$H_{BOC}(p) = \frac{K_{BOC}(1+T.p)}{p \left(\frac{1}{\omega_{BOC}^2} p^2 + \frac{2\xi_{BOC}}{\omega_{BOC}} p + 1 \right)}$$

Indiquer sa classe et son gain en fonction K .

13. Pour $K=1$, le diagramme de Bode correspondant à la fonction $H_{BOC}(p)$ est donné sur le document réponse par la Figure n°7. Tracer les asymptotes en indiquant les pentes et les points caractéristiques.

14. Déterminer la plus grande valeur de K (notée K_{stab}) permettant de satisfaire une marge de phase $MP \geq 40^\circ$. Donner sur les courbes de la Figure n°7, les tracés nécessaires.

On donne, sur le document réponse, (Figure n°8), les courbes de la réponse $\omega_r(t)$ du système à une entrée en échelon d'amplitude $\omega_{c0} = 30 rad/s$, par simulation, pour différentes valeurs de K .

15. Choisir la valeur de K permettant de respecter à la fois les critères de stabilité, amortissement, rapidité et précision. Justifier votre réponse et donner sur les courbes les tracés nécessaires.

Ne rien écrire ici



Document réponse d'Automatique à rendre

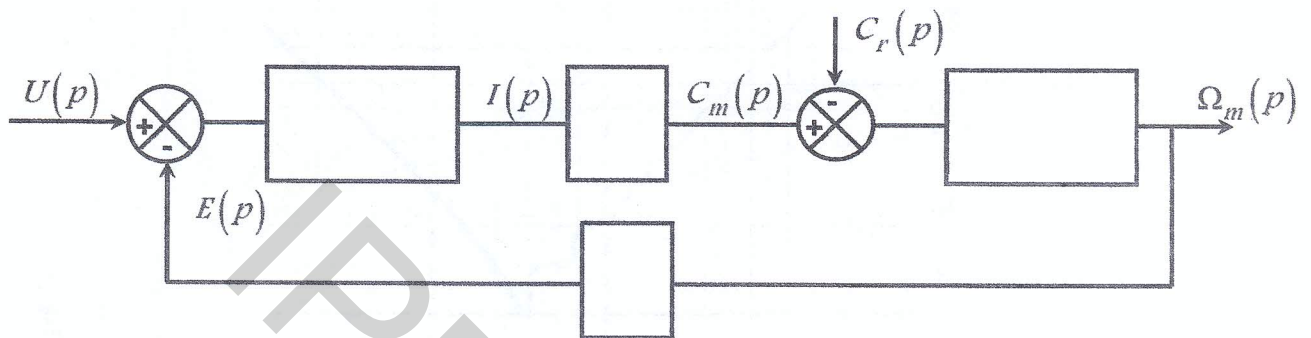


Figure n°4. Schéma-bloc du moteur à courant continu

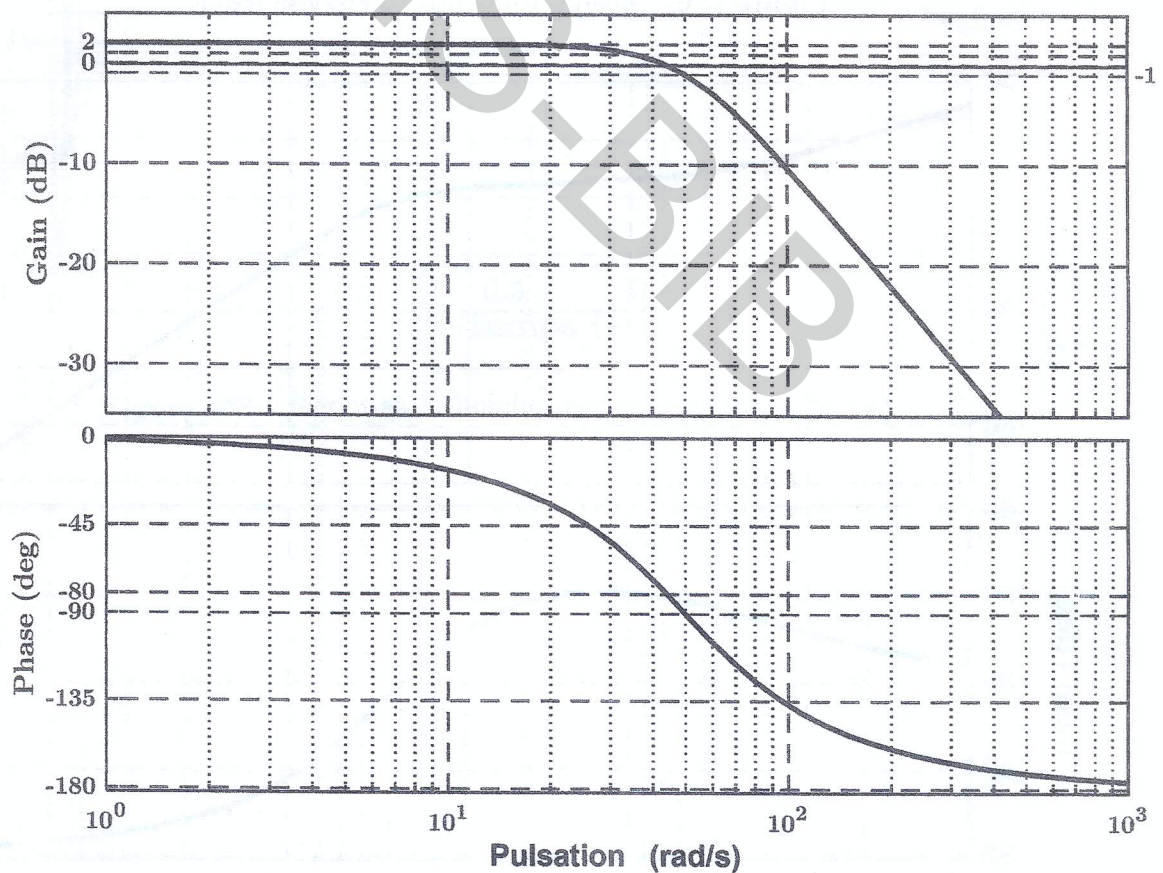


Figure n°5. Diagramme de Bode de la FTBO, $H_{BO}(p)$, du système non corrigé

Ne rien écrire ici

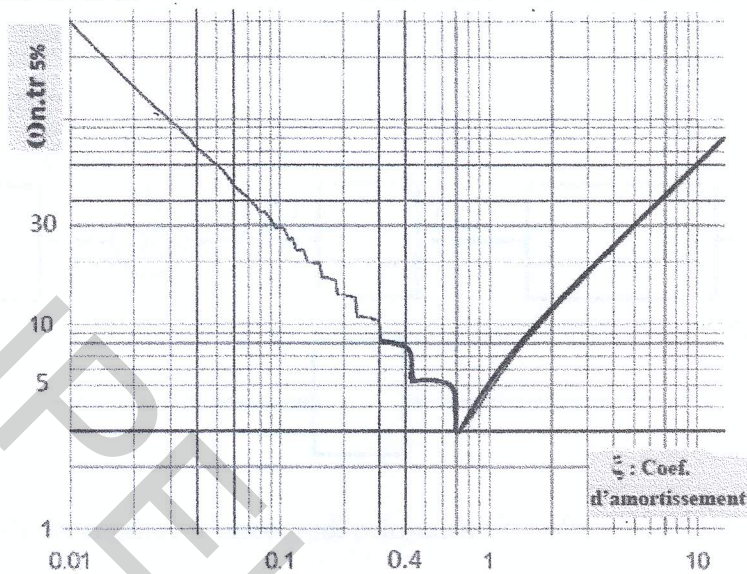


Figure n°6. Abaque du temps de réponse réduit

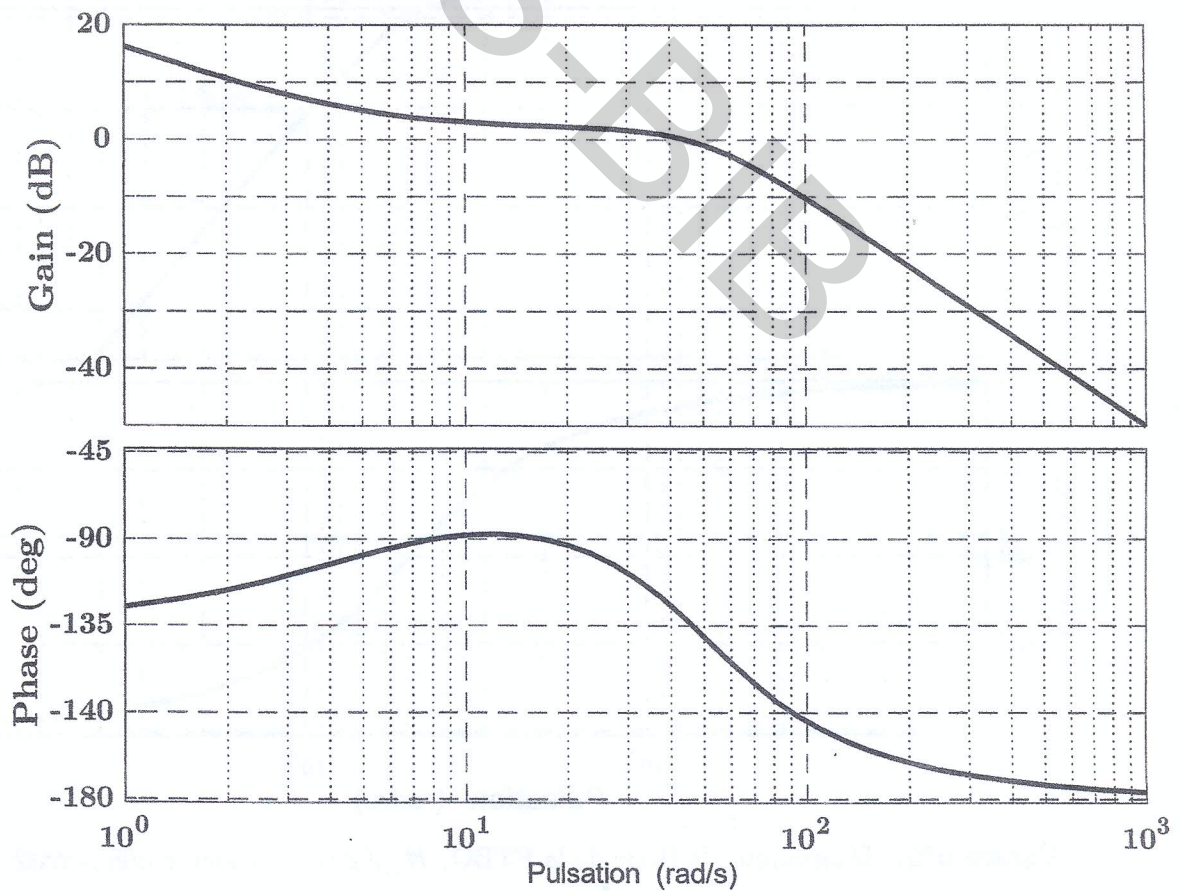


Figure n°7. Diagramme de Bode de la FTBO, $H_{BOC}(p)$, du système corrigé (pour $K=1$)

Ne rien écrire ici

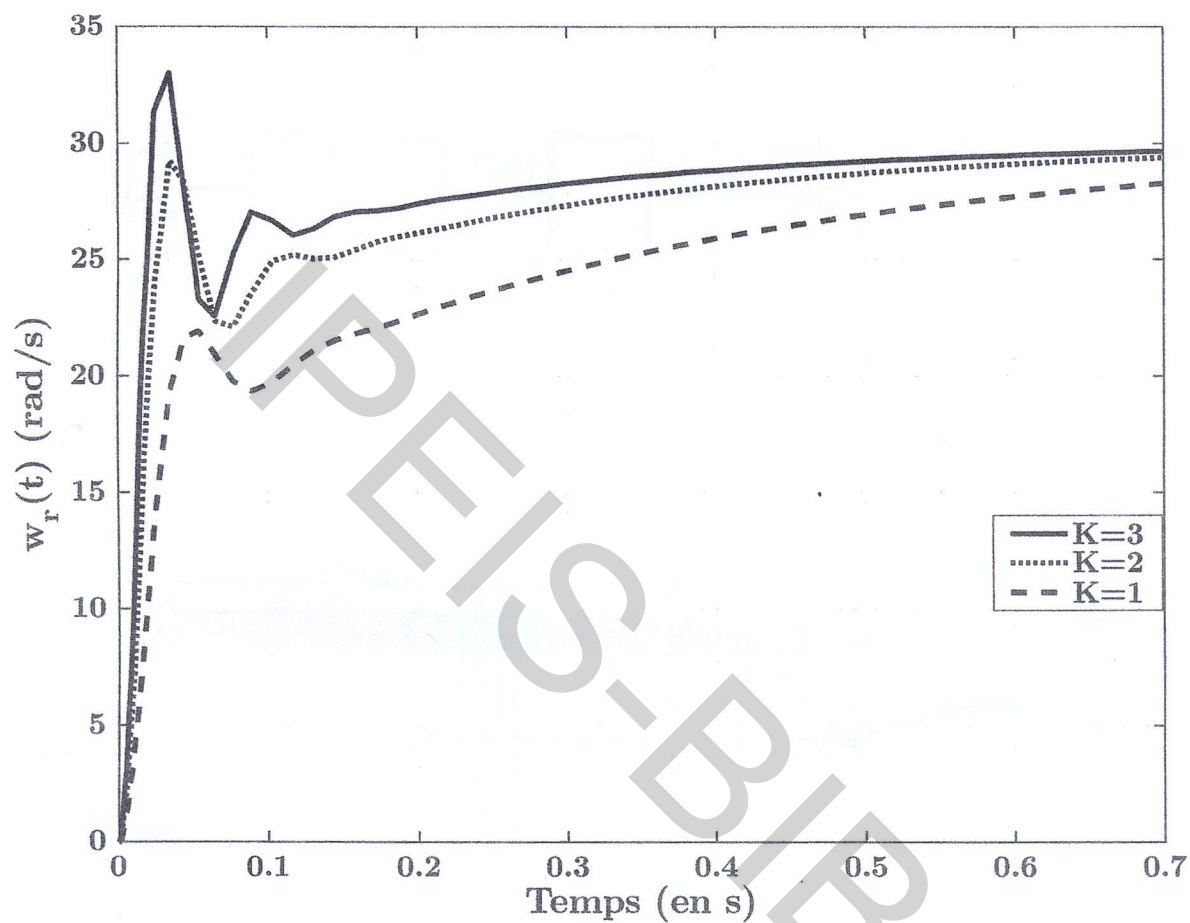


Figure n°8. Réponse indicielle pour différentes valeurs de K