

Barème sur : ...100....(30points, 42points et 28points)

1-	En appliquant la loi fondamentale de la dynamique, on peut trouver l'équation du mouvement du porteur de charge dans le milieu matériel selon : $m\vec{a} = \vec{F}_e + \vec{F}_o + \vec{F}_r \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v} - m\omega_0^2\vec{r}$ $\Rightarrow m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v} - m\omega_0^2\vec{r}$ soit donc : $\boxed{\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2\vec{r} = \frac{q}{m}\vec{E}}$	2
2-	Pour déterminer l'expression complexe de la vitesse $\vec{v}$ du porteur de charge en régime sinusoïdal établi de pulsation ω, on utilise l'équation du mouvement suivante : $m\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{m}{\tau}\vec{v} + m\omega_0^2\vec{r} = q\vec{E} \text{ avec } \vec{r} = \int \vec{v} dt$ soit alors : $m\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{m}{\tau}\vec{v} + m\omega_0^2 \int \vec{v} dt = q\vec{E} \text{ avec } \begin{cases} \frac{d}{dt} \exp(i\omega t) \equiv i\omega \exp(i\omega t) \\ \int \exp(i\omega t) dt \equiv \frac{1}{i\omega} \exp(i\omega t) \end{cases}$ $i\omega\vec{v} + \frac{\vec{v}}{\tau} - i\frac{\omega_0^2}{\omega}\vec{v} = \frac{q}{m}\vec{E} \Rightarrow \left[\frac{1}{\tau} + i\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right) \right] \vec{v} = \frac{q}{m}\vec{E}$ d'où : $\boxed{\vec{v} = \frac{q/m}{\frac{1}{\tau} + i(\omega - \omega_0^2/\omega)} \vec{E}}$	2
3-	Expression de la densité volumique de charges ρ associée aux porteurs mobiles en fonction de n et q : $\boxed{\rho = nq}$	1
4-	Expression de la densité de courant $\vec{j}$ en fonction de n, q et $\vec{v}$: $\boxed{\vec{j} = \rho\vec{v} = nq\vec{v}}$	1
5-	Du résultat de la question 2, on peut déduire l'expression complexe de la densité de courant $\vec{j}$: $\vec{j} = \frac{nq^2/m}{\frac{1}{\tau} + i(\omega - \omega_0^2/\omega)} \vec{E} \Rightarrow \boxed{\vec{j} = \frac{nq^2\tau/m}{1 + i\omega\tau(1 - \omega_0^2/\omega^2)} \vec{E}}$	1

6-	La loi d'OHM s'écrit en régime établi : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ Cette loi, identifiée à l'expression établie dans la question 5 , donne l'expression de la conductivité complexe : $\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{nq^2\tau/m}{1 + i\omega\tau(1 - \omega_0^2/\omega^2)} \vec{E}$ soit : $\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + i\omega\tau(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2})}$ avec $\gamma_0 = \frac{nq^2\tau}{m}$	2
7-	Dans le cas cité dans cette section ($\omega_0 = 0$), l'expression de la conductivité électrique complexe d'un milieu conducteur s'écrit : $\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + i\omega\tau} = \frac{\gamma_0}{1 + (\omega\tau)^2} (1 - i\omega\tau)$	1
8-	La conductivité complexe précédente peut s'écrire sous la forme : $\gamma = \gamma_1 - i\gamma_2 = \frac{\gamma_0}{1 + (\omega\tau)^2} - i \frac{\gamma_0\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}$ avec : $\gamma_1 = \frac{\gamma_0}{1 + (\omega\tau)^2}$ et $\gamma_2 = \frac{\gamma_0\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}$	2
9-	Expression du nombre d'électrons de conduction par unité de volume n : $n = \frac{N}{V} \text{ avec } N = n_{\text{(mol)}} N_A = \frac{m_{\text{Cu}}}{M_{\text{Cu}}} N_A$ $n = \frac{m_{\text{Cu}}}{V} \frac{N_A}{M_{\text{Cu}}} \Rightarrow \boxed{n = \rho_{\text{Cu}} \frac{N_A}{M_{\text{Cu}}}}$	1
10-	Valeur numérique de n : $n = 8,9 \times 10^3 \times \frac{6,02 \times 10^{23}}{63,5 \times 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{n = 8,4 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}}$	1
11-	La conductivité du cuivre en régime statique est : $\gamma_0 = \frac{nq^2\tau}{m} \text{ avec } q = -e \text{ et } m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ soit donc : $\tau = \frac{m\gamma_0}{nq^2} = \frac{(9,1 \times 10^{-31})(6 \times 10^7)}{(8,4 \times 10^{28})(-1,6 \times 10^{-19})^2} \Rightarrow \boxed{\tau = 2,5 \times 10^{-14} \text{ s}}$	1
12-	Le domaine de fréquences demandé est tel que : $\omega\tau \ll 1 \Leftrightarrow 2\pi f\tau \ll 1 \Rightarrow f \ll f_1 = \frac{1}{2\pi\tau} = 6,4 \times 10^{12} \text{ Hz}$	1
13-	En supposant que la condition précédente ($\omega\tau \ll 1$) est vérifiée, on obtient les expressions approchées au premier ordre en $\omega\tau$ de γ_1 et de γ_2 : $\gamma_1 = \frac{\gamma_0}{1 + (\omega\tau)^2} \approx \gamma_0$ et $\gamma_2 = \frac{\gamma_0\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \approx \gamma_0\omega\tau$	2

14-	Le vecteur densité de courant dans le milieu étudié s'écrit : $\vec{j} = \gamma \vec{E} = (\gamma_1 - i\gamma_2) \vec{E} = \gamma_0 (1 - i\omega\tau) \vec{E}$ soit : $\vec{j} = \gamma_0 \vec{E} - i\gamma_0 \tau \omega \vec{E} \quad \xrightarrow{\text{en notation réelle}} \quad \vec{j} = \gamma_0 \vec{E} - \gamma_0 \tau \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ $\vec{j} = \gamma_0 \vec{E} - \gamma_0 \tau \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \gamma_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ On en déduit donc l'expression de χ : $\boxed{\chi = -\frac{\gamma_0 \tau}{\epsilon_0}}$	2
15-	L'équation de MAXWELL-AMPÈRE s'écrit dans le milieu conducteur comme suit : $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{avec} \quad \vec{j} = \gamma_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ soit : $\boxed{\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \gamma_0 \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 (1 + \chi) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$	2
16-	Si l'on admet que le courant de conduction a la même expression qu'en basses fréquences, on écrit : $\vec{j}_c = \gamma_0 \vec{E}$. L'équation de MAXWELL-AMPÈRE s'écrit alors : $\text{rot} \vec{B} = \mu_0 (\vec{j}_c + \vec{j}_d) \quad \text{avec} \quad \boxed{\vec{j}_d = (1 + \chi) \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$ $\vec{j}_d$ est la densité de courant de déplacement.	2
17-	Le rapport de l'amplitude du courant de conduction à celle du courant de déplacement est donné par : $\eta = \frac{j_c}{j_d} = \frac{ \vec{j}_c }{ \vec{j}_d } \Rightarrow \eta = \frac{j_c}{j_d} = \frac{\gamma_0 \vec{E} }{ 1 + \chi \epsilon_0 \omega \vec{E} }$ soit donc : $\boxed{\eta = \frac{j_c}{j_d} = \frac{\gamma_0}{\epsilon_0 \omega 1 + \chi }}$	2
18-	Le rapport η est égal à l'unité pour la fréquence ω_c telle que : $\eta = \frac{\gamma_0}{\epsilon_0 \omega 1 + \chi } = 1 \Rightarrow \epsilon_0 \omega 1 + \chi = \gamma_0$ donc : $\boxed{\omega = \omega_c = \frac{\gamma_0}{\epsilon_0 1 + \chi }}$	1
19-	La fréquence f_c vaut pour le cuivre : $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{\gamma_0}{2\pi \epsilon_0 1 + \chi } \quad \text{avec} \quad \chi = -\frac{\gamma_0 \tau}{\epsilon_0}$ $f_c = \frac{\gamma_0}{2\pi \epsilon_0 - \gamma_0 \tau } \Rightarrow \boxed{f_c = 6,4 \times 10^{12} \text{ Hz}}$ Cette fréquence est située dans le domaine des infrarouges. Dans le cas d'un rayonnement électromagnétique visible $f_{\text{visible}} \gg f_c$ et par suite $\eta \ll 1$: le cuivre se comporte comme un isolant.	3

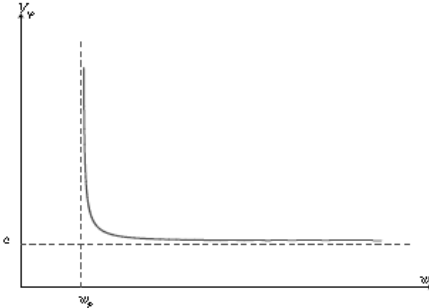
20-	Pour un conducteur ohmique, l'équation de MA s'écrit : $\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \gamma_0 \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	1
21-	Equation de propagation : on a : $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{\text{rot}} (\vec{\text{rot}} \vec{E}) = -\frac{\partial \vec{\text{rot}} \vec{B}}{\partial t}$ soit : $-\Delta \vec{E} + \underbrace{\vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{E})}_{=0} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \gamma_0 \vec{E} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ $\Rightarrow$ $-\Delta \vec{E} = -\mu_0 \gamma_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ d'où : $\Delta \vec{E} - \mu_0 \gamma_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (1)$	2
22-	Projection de l'équation (1) sur $\vec{e}_z$: $\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \mu_0 \gamma_0 \frac{\partial E(z, t)}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = 0$ soit : $\frac{d^2 E(z)}{dz^2} - \mu_0 \gamma_0 i\omega E(z) + \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 E(z) = 0$ d'où : $\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + (\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 - i\mu_0 \gamma_0 \omega) E(z) = 0 \quad (2)$	2
23-	On cherche les solutions sous la forme : $E(z) = \exp(-ikz)$. L'équation (2) donne alors : $k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 - i\mu_0 \gamma_0 \omega$	1

24-	On a : $k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 - i \mu_0 \gamma_0 \omega$ $\Rightarrow$ $k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \left(1 - i \frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega} \right)$ $\Rightarrow$ $k = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2} \left(1 - i \frac{\gamma}{\epsilon_0 \omega} \right)^{1/2}$ $\approx \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2} \left(1 - i \frac{\gamma}{2 \epsilon_0 \omega} \right)$ $= \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2} - i \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \frac{\gamma}{2 \omega}$ $= \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \omega^2} - i \frac{\gamma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ $= k_0 - i \frac{1}{l_p}$ d'où : $l_p = \frac{2}{\gamma} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$	2
25-	On a : $E(z, t) = E \exp [i(\omega t - kz)]$ soit : $E(z, t) = E \exp \left(-\frac{z}{l_p} \right) \exp [i(\omega t - k_0 z)]$	1
26-	⊙ Le champ réel est : $\Re(E(z, t))$, soit : $\Re[E(z, t)] = \underbrace{E \exp \left(-\frac{z}{l_p} \right) \cos[(\omega t - k_0 z)]}_{E^+}$ ⊙ E^+ : OPPM dans le sens des z croissants (onde évanescence).	2
27-	⊙ L'amplitude de cette onde diminue lorsqu'elle se propage dans le conducteur (car $\Im(k) \neq 0$), donc il y a dissipation d'énergie. ⊙ L'énergie perdue par l'onde est cédée au conducteur. Elle est transformée ensuite en énergie thermique par effet JOULE (la puissance volumique moyenne cédée à la matière est : $\langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = \frac{1}{2} E ^2 \exp(-2z/l_p)$). ⊙ On a $l_p = \frac{2\epsilon_0 c}{\gamma}$, donc, dans un mauvais conducteur où σ est petite, l_p est grande. Donc il y a beaucoup de dissipation.	3
28-	On a $k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 - i \mu_0 \gamma_0 \omega \approx -i \mu_0 \gamma_0 \omega$. soit : $k = \pm \sqrt{-i \mu_0 \gamma_0 \omega} = \pm \frac{1-i}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_0 \gamma_0 \omega}$ d'où : $k = \pm (1-i) \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma_0 \omega}{2}} = \pm \frac{(1-i)}{\delta}$	2
29-	$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma_0 \omega}}$ ⊙ δ est l'épaisseur de peau où profondeur de pénétration de l'onde.	2

30-	⊙ $E(z, t) = E \exp[i(\omega t - kz)]$ $= E \exp(-\frac{z}{\delta}) \exp[i(\omega t - \frac{z}{\delta})]$ ⊙ Le champ réel est : $\Re[E(z, t)] = E \exp(-\frac{z}{\delta}) \cos[(\omega t - \frac{z}{\delta})]$ ⊙ L'amplitude du champ s'annule sur une distance de l'ordre de qlq δ. On a : $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}}$. Donc, en hautes fréquences ($\omega \uparrow$), δ devient faible et l'onde est localisée au voisinage de la surface du conducteur.	3
31-	⊙ Pour un bon conducteur, l'onde reste localisée au voisinage de la surface. Il y a peu de dissipation. ⊙ Pour un mauvais conducteur l'onde pénètre à l'intérieur. Il y a alors trop de dissipation.	2
32-	L'onde considérée est une <i>OPPM</i>, on peut appliquer la relation de structure : $\vec{B}_z = \frac{\vec{e}_z}{c} \wedge \vec{E}_z = \frac{E_z}{c} \exp i(\omega t - k_0 z) \vec{e}_y$ de même : $\vec{B}_y = -\frac{\vec{e}_z}{c} \wedge \vec{E}_y = -\frac{E_y}{c} \exp i(\omega t + k_0 z) \vec{e}_y$ Donc : $\vec{B}_y = \frac{E_z}{c} \exp i(\omega t - k_0 z) \vec{e}_y - \frac{E_y}{c} \exp i(\omega t + k_0 z) \vec{e}_y$	3
33-	On utilise l'équation de MAXWELL - FARADAY : $\vec{r} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}_t}{\partial t} \Rightarrow \vec{B}_t = - \int \vec{r} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} dt = ik E_t \exp i(\omega t - kz) \vec{e}_y$ Donc : $\vec{B}_t = \frac{k}{\omega} E_t \exp i(\omega t - kz) \vec{e}_y$	2
34-	Les relations de passages en $z = 0$: $\vec{E}(0, t) - \vec{E}_y(0, t) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_z$ $\vec{B}_t(0, t) - \vec{B}_y(0, t) = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{e}_z$ σ et $\vec{j}_s$ sont respectivement les densités surfaciques de charge et de courant.	2
35-	Sur l'interface entre le vide et le milieu conducteur : - La composante tangentielle du champ électrique est continue : $\vec{E}_z(z=0) + \vec{E}_y(z=0) = \vec{E}_t(z=0)$, ce qui donne : $E_z + E_y = E_t$ - La composante tangentielle du champ magnétique est aussi continue, puisque la densité surfacique de courant $\vec{j}_s$ qui est une grandeur macroscopique n'a pas de sens ici : $\vec{B}_z(z=0) + \vec{B}_y(z=0) = \vec{B}_t(z=0)$, ce qui donne : $\frac{E_z}{c} - \frac{E_y}{c} = \frac{k}{\omega} E_t$ Les deux équations de continuité précédentes permettent de calculer E_t et E_y en fonction de E_z : $E_t = \frac{2}{1+\frac{k}{\epsilon_0}} E_z$ et $E_y = \frac{1-\frac{k}{\epsilon_0}}{1+\frac{k}{\epsilon_0}} E_z$	2

36-	Pour un mauvais conducteur on a $k \simeq k_0 - \frac{\varepsilon}{l_p} \Rightarrow \frac{k}{k_0} \simeq 1 - \frac{\varepsilon}{k_0 l_p} = 1 - \frac{\varepsilon}{k_0} \frac{\gamma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ Donc : $E_t \simeq \frac{E_i}{1 - \frac{\gamma}{4\omega\varepsilon_0}}$ De même : $E_r = \frac{1 - \frac{k}{k_0}}{1 + \frac{k}{k_0}} E_i \simeq \frac{k_0 - (k_0 - \frac{\varepsilon}{l_p})}{k_0 + (k_0 - \frac{\varepsilon}{l_p})} E_i = \frac{\frac{\varepsilon}{l_p}}{2k_0 - \frac{\varepsilon}{l_p}} \simeq \frac{E_i}{\frac{2k_0 l_p}{\varepsilon} - 1} = \frac{-E_i}{1 + 4\frac{\omega\varepsilon_0}{\gamma}}$	2
37-	Puisque on est dans le cas du "mauvais" conducteur, alors $\frac{\omega\varepsilon_0}{\gamma} \gg 1$, donc : $E_t \simeq E_i$ et $E_r \ll E_i$ Le "mauvais" conducteur transmet presque intégralement l'onde incidente.	2
38-	on a : $k \simeq \frac{1+i}{\delta}$, donc $1 + \frac{k}{k_0} \simeq 1 + \frac{1+i}{k_0\delta}$. Avec : $k_0\delta = \sqrt{\frac{2\omega\varepsilon_0}{\gamma}} \ll 1$, donc : $E_t = 2E_i(1+i+k_0\delta)^{-1}k_0\delta = \frac{2E_i}{1+i}\left(1 + \frac{k_0\delta}{1+i}\right)k_0\delta$ À l'ordre le plus bas non nul en $k_0\delta$: $E_t \simeq \frac{2k_0\delta}{1+i} E_i$ De même, avec $\left\ \frac{k}{k_0} \right\ = \sqrt{\frac{\gamma}{\omega\varepsilon_0}} \gg 1$, on aura : $\frac{E_r}{E_i} = \frac{\frac{k_0}{k} - 1}{\frac{k_0}{k} + 1} = \left(\frac{k_0}{k} - 1\right)\left(\frac{k_0}{k} + 1\right)^{-1} \simeq \left(\frac{k_0}{k} - 1\right)\left(1 - \frac{k_0}{k}\right) = -\left(1 - \frac{k_0}{k}\right)^2$ Un développement limité au premier ordre donne : $\frac{E_r}{E_i} = -1 + \frac{2k_0\delta}{1+i} = -1 + (1+i)k_0\delta$ Finalement : $E_r \simeq (-1 + (1+i)k_0\delta) E_i$	2
39-	Puisque $k_0\delta \ll 1$ alors : $E_r \simeq -E_i \text{ et } E_t \ll E_i$	2
40-	Le "bon" conducteur réfléchit presque totalement toute l'énergie électromagnétique de l'onde incidente. Le "mauvais" conducteur absorbe presque totalement toute l'énergie électromagnétique véhiculée par l'onde incidente.	2
41-	L'équation (5) de l'énoncé donne : $\frac{n\varepsilon^2 r}{m} \vec{E} = (1 + i\omega\tau) \vec{j}$, pour obtenir l'équation différentielle demandée, il suffit de remplacer $i\omega \vec{j}$ par $\frac{d\vec{j}}{dt}$. On obtient alors l'équation suivante : $\vec{j} + \tau \frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{n\varepsilon^2 r}{m} \vec{E}$	2
42-	L'équation de conservation de la charge électrique s'écrit : $\text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Appliquons l'opérateur divergence à l'équation de la question 3.1.1 : $\text{div} \vec{j} + \tau \text{div} \vec{j} = \frac{n\varepsilon^2 r}{m} \text{div} \vec{E}$. En utilisant l'équation de MAXWELL – GAUSS et l'équation de conservation de la charge, on aboutit à l'équation différentielle suivante : $\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{n\varepsilon^2}{m\varepsilon_0} \rho = 0$ Il est clair que : $\omega_p^2 = \frac{n\varepsilon^2}{m\varepsilon_0}$	2

43-	Pour les faibles densités n, l'équation précédente devient : $\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ La solution de cette équation différentielle s'écrit, avec A et B des constantes d'intégration : $\rho(t) = A + B \exp(-\frac{t}{\tau})$. Si $t \rightarrow \infty$, $\rho(t) \rightarrow A = \rho_0$. La densité volumique de charge tend vers une valeur constante ρ_0.	1
44-	Dans ce cas : $\frac{1}{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} \ll \omega_p^2 \times \rho$, l'équation (6) devient : $\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{ne^2}{m\epsilon_0} \rho = 0$ Le plasma est alors siège d'oscillations dont la pulsation propre est : $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}}$.	1
45-	Il suffit de remplacer $\frac{ne^2}{m}$ par $\epsilon_0 \omega_p^2$ dans l'expression de $\vec{j}$: $\vec{j} = \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{i\omega} \vec{E}$	2
46-	On a : $\vec{r} \text{rot}(\vec{r} \text{rot} \vec{E}) = \vec{grad}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E}$ puisque $\text{div} \vec{E} = 0$. Autrement : $\vec{r} \text{rot}(\vec{r} \text{rot} \vec{E}) = \vec{r} \text{rot}(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{r} \text{rot} \vec{B}) = \frac{i\mu_0 \epsilon_0 \omega_p^2}{\omega} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$. Donc : $\Delta \vec{E} - \frac{i\mu_0 \epsilon_0 \omega_p^2}{\omega} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$	2
47-	On injecte $\vec{E}$ dans cette équation, on obtient : $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2}$	2
48-	Pour $\omega < \omega_p$: $\omega^2 - \omega_p^2 = i^2(\omega_p^2 - \omega^2)$. Donc : $k = \pm \frac{i}{c} \sqrt{\omega_p^2 - \omega^2} \Rightarrow \exp(-ikz) = \exp(\pm \frac{i}{c} (\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2})z)$. Si $z > 0$, la valeur de k qui mène à une solution bornée est : $k = -\frac{i}{c} \sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}$	2
49-	L'expression du champ électrique est : $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i\omega t) \exp(-\frac{1}{c} (\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2})z)$ Cette onde est une onde évanescence. Le terme $\exp(-\frac{1}{c} (\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2})z)$ est responsable de la non propagation de l'onde dans le plasma pour $\omega < \omega_p$. L'onde est complètement réfléchiée par le plasma.	2
50-	Le calcul numérique de la longueur d'onde correspondante à $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$: $\lambda_p = \frac{c}{f_p}$ donne $\lambda_p \simeq 334m$. C'est le domaine des ondes radio. Les ondes sont réfléchies par la couche ionosphérique, ce phénomène est appliqué pour les transmissions hertziennes.	2

51-	Si $\omega > \omega_p$ alors : $k = \pm \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$. Si $z > 0$, la valeur de k qui donne une solution progressive dans le sens des z croissants est : $k = + \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}$	2
52-	L'expression du champ électrique est : $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp i(\omega t - \frac{1}{c}(\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2})z)$	2
53-	Cette onde est une onde plane progressive monochromatique.	2
54-	Sa vitesse de phase est : $v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega c}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2}}$	2
55-	 FIGURE 1 - Aux hautes fréquences, $v_\phi \rightarrow c$, la dispersion disparaît, les propriétés du plasma n'intervient plus, ses charges "ne répondent" plus aux excitations très rapides du champ électrique : le plasma devient "transparent".	2

Fin de la correction