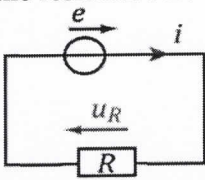
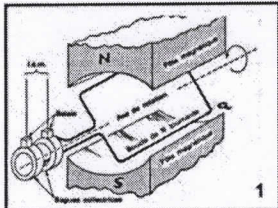
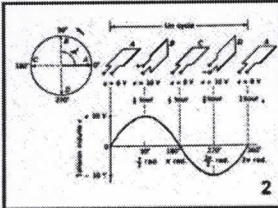
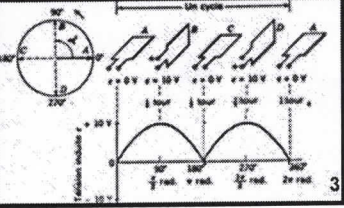


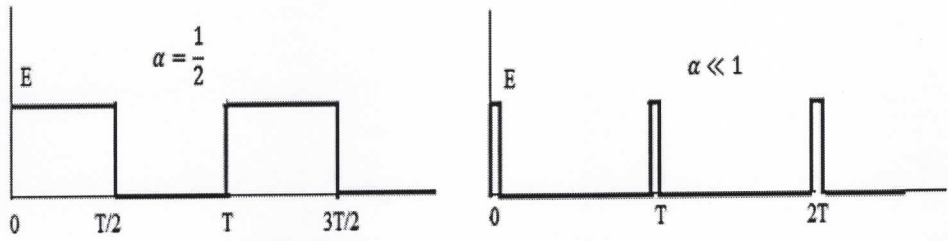
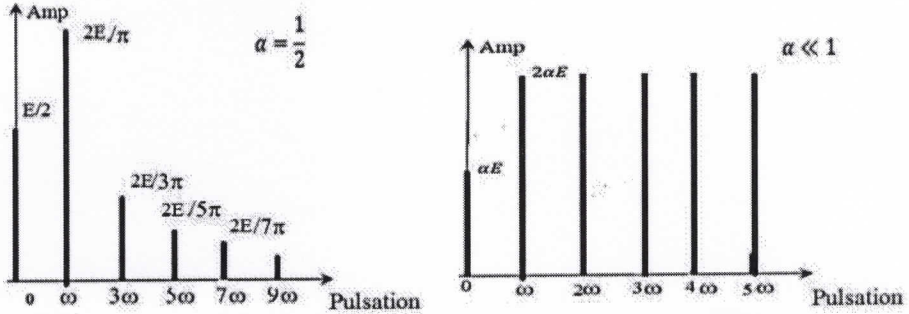
Institut préparatoire aux études de l'ingénieur de SFAX

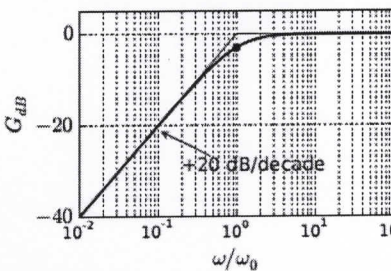
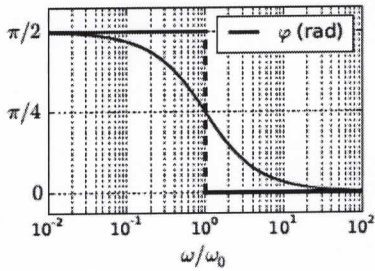
Devoir de contrôle de physique N°1- MP 2 / T 2

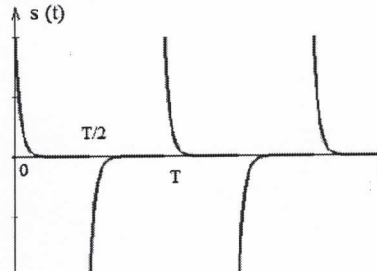
30 Octobre 2019 – Durée: 2 H

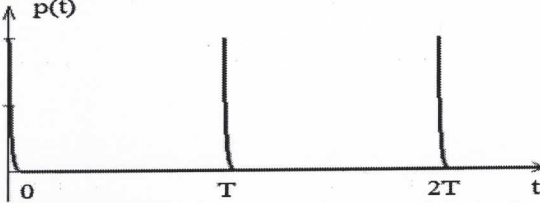
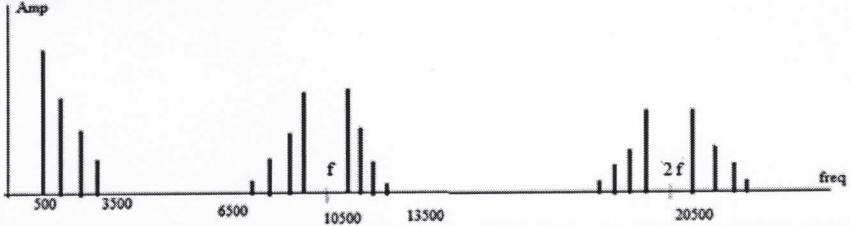
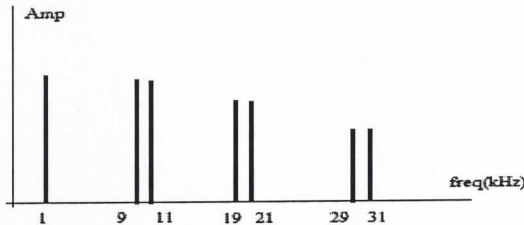
Correction

Exercice (9/40 pts)		
1-	Il s'agit d'un circuit en mouvement dans un champ magnétique statique. Ce circuit est le siège de phénomène d'induction (Cas de Lorentz). D'où l'apparition, dans ce circuit, d'un courant induit et d'une <i>f.e.m</i> induite $e = -\frac{d\phi}{dt}$ où $\phi = \iint_{S_{sp}} \vec{B} d\vec{S} = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = NSB \cos(\omega t + \theta_0)$	1 1
2-	Le circuit équivalent au système étudié est constitué générateur de <i>f.e.m.</i> e débitant un courant $i(t)$ dans une résistance R .  L'intensité $i(t)$ du courant induit circulant dans la bobine se calcule en appliquant la loi des mailles nous trouvons $i(t) = \frac{e}{R}$. Soit: $i(t) = \frac{NSB\omega}{R} \sin(\omega t + \theta_0)$	1 1
3-	Le théorème des moments cinétiques appliqué à la bobine s'écrit : $J_{\Delta} \frac{d\omega}{dt} = \Gamma_{lap} + \Gamma_{mec} + \Gamma_{fr}$. Soit, pour $\omega = cte$, on a $\Gamma_{lap} + \Gamma_{mec} - \alpha\omega = 0$. D'où : $\Gamma_{mec} = \alpha\omega - \Gamma_{lap} \Rightarrow P_{mec} = \Gamma_{mec}\omega = \alpha\omega^2 - \Gamma_{lap}\omega$ Comme $\Gamma_{lap}\omega + ei = 0$ alors $P_e = ei = -\Gamma_{lap}\omega$. D'où : $P_{mec} = P_e + \alpha\omega^2$	1 1
4-	La valeur moyenne de la puissance dissipée par effet Joule vaut: $\langle P_e \rangle = \frac{(NSB\omega)^2}{R} \langle \sin^2(\omega t + \theta_0) \rangle = \frac{(NSB\omega)^2}{2R}$ $\eta = \frac{\langle P_e \rangle}{P_{mec}} = 0,4 \Rightarrow P_{mec} = \frac{\langle P_e \rangle}{0,4} \Rightarrow P_{mec} = \frac{(NSB\omega)^2}{0,8 R} = 5 W$	1 1
5-	▪ L'alternateur : la tension délivrée est sinusoïdale (figure 2). ▪ La dynamo : la tension délivrée est toujours de même sens. Ceci s'obtient si une commutation des balais s'effectue, en synchronisme avec la rotation, chaque fois que la <i>f.e.m</i> s'annule (figure 3).   	1

Problème (31/40pts)		
I. Étude d'un signal périodique (7/40 pts)		
1-	$U_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T U_{\alpha}(t) dt = \frac{T_f}{T} E = \alpha E$ $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U_{\alpha}^2(t) dt} = \sqrt{\alpha} E$	0,5 0,5
2-	La fonction $U_{\alpha}(t)$ est <u>T-périodique</u> et <u>continue par morceaux</u> donc elle est développable en série de Fourier.	1
3-	$\underline{D}_n = \frac{1}{T} \int_0^T U_{\alpha}(t) e^{-jn\omega t} dt = \frac{E}{T} \int_0^{\alpha T} e^{-jn\omega t} dt = -\frac{E}{jn\omega T} (e^{-jn\omega \alpha T} - 1)$ $\underline{D}_n = -\frac{E e^{\frac{jn\omega \alpha T}{2}}}{jn\omega T} \left(e^{-\frac{jn\omega \alpha T}{2}} - e^{+\frac{jn\omega \alpha T}{2}} \right) = \frac{E \sin(n\pi \alpha)}{n\pi} e^{-jn\alpha \pi} \text{ car } \omega T = 2\pi$ D'où : $C_n = 2\alpha E \left \frac{\sin(n\pi \alpha)}{n\pi \alpha} \right $	1
4-	 - Si $\alpha \ll 1$ on a $\frac{\sin(n\pi \alpha)}{n\pi \alpha} \approx 1$ et $C_n = 2\alpha E, \forall n > 0$ - Pour $\alpha = \frac{1}{2}$, $\sin(n\pi \alpha) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \text{ est impair} \\ 0 & \text{si } n \text{ est pair} \end{cases} \Rightarrow C_{2k-1} = \frac{2E}{(2k-1)\pi} \forall k > 0$  Pour $\alpha = \frac{1}{2}$, le spectre ne contient que les harmoniques impaires, dont l'amplitude décroît en $\frac{1}{n}$. Le second spectre contient une infinité d'harmoniques de même amplitude, car le signal présente des variations très brusques.	0,75 0,75 0,5
5-a	Pour $\alpha = \frac{1}{2}$, le taux de distorsion harmonique est : $\eta = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} C_n^2}}{C_1} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{2E}{(2k-1)\pi} \right)^2}}{\frac{2E}{\pi}} = \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{(2k-1)} \right)^2} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 48,3 \%$ η renseigne sur la <u>pureté spectrale</u> d'un signal : pour un signal sinusoïdal on a $\eta = 0$.	1

5-b	Pour $\alpha = \frac{1}{2}$, $U_{\text{moy}} = \frac{E}{2}$ et $U_{\text{eff}} = \frac{E}{\sqrt{2}}$ $U_{\text{moy}}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 = \frac{E^2}{4} + \frac{1}{2} \frac{4E^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{(2k-1)} \right)^2 = \frac{E^2}{4} + \frac{E^2}{4} = \frac{E^2}{2}$ D'où l'égalité de Perceval : $U_{\text{moy}}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 = U_{\text{eff}}^2$	0,5
II. Étude d'un filtre analogique (11/ 40 pts)		
6-a	$\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e} = \frac{Z_R}{Z_C + Z_R} = \frac{R}{R + 1/jC\omega} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}, \omega_0 = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$	1
6-b	$G(\omega) = \underline{H}(j\omega) = \frac{\tau \cdot \omega}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \text{ et } \varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = \frac{\pi}{2} - \arctg(\tau\omega)$	1
6-c-	<u>Les courbes asymptotiques :</u> - Pour les basses fréquences (BF) $\omega \ll \omega_0$, on a : $\begin{cases} \underline{H}(j\omega) \approx \frac{\omega}{\omega_0} \\ \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ G_{dB}(\omega) \approx 20 \log(\omega) - 20 \log(\omega_0) \end{cases}$ ➤ La courbe asymptotique $\varphi(\omega \ll \omega_0) = f(\log(\omega))$ est une droite horizontale d'équation $\varphi = \frac{\pi}{2}$. ➤ La courbe $G_{dB}(\omega \ll \omega_0) = f(\log(\omega))$ est une droite de pente 20dB/décade. L'intersection de deux courbes asymptotiques $G_{dB}(\omega \ll \omega_0)$ et $G_{dB}(\omega \gg \omega_0)$ s'obtient pour : $\begin{cases} \omega = \omega_0 \\ G_{dB} = 0 \end{cases}$ - Pour les hautes fréquences (HF) $\omega \gg \omega_0$, on a : $\begin{cases} \underline{H}(j\omega) \rightarrow 1 \\ \varphi \rightarrow 0 \\ G_{dB}(\omega) \rightarrow 0 \end{cases}$ ➤ La courbe asymptotique $\varphi(\omega \gg \omega_0) = f(\log(\omega))$ est une droite horizontale d'équation $\varphi = 0$. ➤ La courbe asymptotique $G_{dB}(\omega \gg \omega_0) = f(\log(\omega))$ est une droite horizontale.   <u>Les courbes réelles :</u> Pour tracer la courbe réelle, cherchons $G_{dB}(\omega = \omega_0)$.	0,75
		1

	$ H(j\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow G_{dB}(\omega = \omega_0) = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -3dB$	
7-a-	Loi des mailles $u_c + u_r = U_{\frac{1}{2}}(t) \Rightarrow u_c + R i(t) = U_{\frac{1}{2}}(t)$ Or $i(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$ D'où : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = \frac{1}{\tau} U_{\frac{1}{2}}(t)$	1
7-b-	$s(t) = Ri(t) = RC \frac{du_c}{dt} = \tau \frac{du_c}{dt}$ ▪ Si $0 \leq t \leq T_f = \frac{T}{2}$ on a $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = \frac{1}{\tau} E$ avec $u_c(0) = 0$ alors $u_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \Rightarrow s(0 \leq t \leq T_f) = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ ▪ Si $\frac{T}{2} \leq t \leq T$ on a $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = 0$ avec $u_c(T_f^+) = u_c(T_f^-)$ alors $u_c(t) = E \left(-1 + e^{+\frac{T}{2\tau}} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow s\left(\frac{T}{2} \leq t \leq T\right) = E \left(1 - e^{+\frac{T}{2\tau}} \right) e^{-\frac{t}{\tau}}$ Pour $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$, on a $\frac{T}{2\tau} \gg 1$. D'où $s\left(\frac{T}{2} \leq t \leq T\right) \approx -E e^{-\frac{1}{\tau}(t - \frac{T}{2})}$ ➤ La charge et la décharge du condensateur s'effectue très rapidement.  N.B : $s(t)$ est l'image de l'intensité $i(t)$ donc elle est discontinue en $t = n \frac{T}{2}$	0,5 0,5 0,5
7-c-	Pour les BF ($\omega \ll \omega_0$), la fonction de transfert est donnée par : $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}(t)}{\underline{e}(t)} \approx j \frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow \underline{s}(t) \approx j \frac{\omega}{\omega_0} \underline{e}(t)$ Soit : $\underline{s}(t) \approx \frac{1}{\omega_0} \frac{d\underline{e}(t)}{dt}$ D'où le comportement dérivateur de ce filtre aux basses fréquences. ▪ $e(t = \frac{nT}{2})$ présente une tangente verticale $\begin{cases} \frac{d\underline{e}(t)}{dt} \rightarrow \infty & \text{si } n \text{ pair} \\ \frac{d\underline{e}(t)}{dt} \rightarrow -\infty & \text{si } n \text{ impair} \end{cases}$ ▪ $e(t \neq \frac{nT}{2})$ présente une tangente horizontale $\frac{d\underline{e}(t)}{dt} = 0$	1 0,5 0,5
8-a-	▪ Si $0 \leq t \leq T_f = \frac{T}{2}$ $s(t) > 0$. La diode est passante (se comporte comme un interrupteur fermé) et $p(t) = s(t)$. ▪ Si $\frac{T}{2} \leq t \leq T$ On a $s(t) < 0$. La diode est bloquée (se comporte comme un interrupteur ouvert) et $p(t) = 0$ ➤ Le signal $p(t)$ a une forme très proche du signal $U_0(t)$ de rapport cyclique $\alpha \ll 1$.	1

		
8-b-	On excite la composante D par $U_{\frac{1}{2}}(t)$ dont le spectre ne contenant que des harmoniques impairs. À la sortie, le spectre de $p(t)$ contient des harmoniques de rang pair et impair. D'où le caractère non linéaire de la diode.	1
III. Échantillonnage (8/40pts)		
9-a-	Opération d'échantillonnage du signal information $V_{inf}(t)$ de pulsation ω_i à l'aide du signal $p(t)$ de pulsation ω .	0,5
9-b-	$V_{mul}(t) = K p(t) V_{inf}(t)$ $V_{mul}(t) = KV_0 \cos(\omega_i t) p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n KV_0 \cos(\omega_i t) \cos(n\omega t)$ $V_{mul}(t) = KV_0 \cos(\omega_i t) p_0 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n KV_0 (\cos((n\omega - \omega_i)t) + \cos((n\omega + \omega_i)t))$ $V_{mul}(t) = KV_0 p_0 \cos(\omega_i t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n K}{2} V_0 \cos((n\omega - \omega_i)t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n K}{2} V_0 \cos((n\omega + \omega_i)t)$	1
9-c-	Le spectre de $V_{mul}(t)$ contient une raie située à ω_i et des raies dupliquées symétriquement autour des multiples de ω ; $n\omega - \omega_i$ et $n\omega + \omega_i$.	1
9-d		1
10-a-	On utilise un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c tel que $f_{max} \leq f_c \leq f - f_{max}$	1
10-b-	Ceci est possible si $2f_{max} \leq f$: Condition de Shannon	1
11-a-	La raie du signal information située à f_i se translate dans le sens des fréquences croissantes et la raie située à $f - f_i$ se translate dans le sens opposé. Les deux raies se chevauchent à partir de $\frac{f}{2} = 5kHz$.	1
11-b-	On échantillonne un signal sinusoïdal de fréquence $f_i = 9kHz$ avec une fréquence d'échantillonnage $f = 10kHz$. Le spectre du signal échantillonné est alors d'après 9-c :  Ce spectre s'identifie à celui obtenu après échantillonnage d'un signal sinusoïdal de fréquence $f' = f - f_i = 1kHz$ avec une fréquence d'échantillonnage $f = 10kHz$.	1
11-c-	Repliement de spectre.	0,5

	IV- Application (5 / 40 pts)	
	Application 1 (2,5 pts)	
12-a-	On utilise un filtre passe-bas pour éliminer les hautes fréquences. ; dit filtre d'anti-repliement.	0,5
12-b-	Pour un signal audible $f_{max} = 20kHz$ donc on choisit $f_{éch} \geq 40 kHz$ En pratique, $f_{éch} = 44,1 kHz$.	0,5
12-c-	Essai 1 : $T = 5 \times 2ms = 10ms$ soit $f = 100Hz$; $G_1 \approx 1,5$ et $\varphi = 0$; Essai 2 : $T = 4 \times 50\mu s = 200\mu s$ soit $f = 5kHz$; $G_2 \approx 2$ et $\varphi < 0$; Essai 3 : $T = 5 \times 20\mu s = 100\mu s$ soit $f = 10kHz$; $G_3 \approx 7,2$ et $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$; Essai 4 : $T = 5 \times 2\mu s = 10\mu s$ soit $f = 100kHz$; $G_4 \approx 0,015$ et $\varphi = -\pi$. Remarquons que : ▪ le déphasage décroît de zéro à $-\pi$ lorsque la fréquence augmente, conformément avec la figure 4 ; ▪ le gain pour les hautes fréquences tend vers zéro. ➤ Ceci confirme que le filtre d'anti-repliement est passe bas. D'après l'essai 3 on a $\varphi \approx -\frac{\pi}{2} \rightarrow f_0 = 10kHz$ et $G_3 = G(f = f_0) = QH_0$ D'après l'essai 1 on a $\frac{f}{f_0} = \frac{1}{100} \ll 1$, d'où $G_1 = \frac{H_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right)^2 + \left(\frac{f}{Qf_0}\right)^2}} \approx H_0$. ➤ $Q = \frac{G_3}{H_0} = \frac{7,2}{1,5} = 4,8$ ➤ $f_r = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} = 9,9 kHz$ ➤ $f_c = f_0 \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}} = 15,4 kHz < \frac{f_{éch}}{2}$	1.5
	Application 2 (2,5 pts)	
13-a-	▪ Si $0 < f = 5Hz < 12 Hz$, la roue semble tourner dans le bon sens. ▪ À $12 Hz$, elle semble immobile. ▪ Si $12 Hz < f = 18Hz < 24 Hz$, la roue semble tourner en sens inverse.	1,5
13-b-	Pour enregistrer convenablement 3 pales d'hélicoptère tournant à 480 tours/minute (8 tours par seconde), il faut une cadence de capture supérieure à $2 \times 8 \times 3 = 48$ photos par seconde (<u>théorème de Nyquist-Shannon</u>). En prenant une cadence de 50 photos par seconde, alors on aura l'impression d'avoir des pales tournant dans le bon sens.	1

Fin du corrigé