

Devoir de contrôle de PHYSIQUE 1

Durée : 2H

Données :

- * La permittivité électrique du vide $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} Fm^{-1}$.
- * Masse de l'électron $m_e = 9,1 \times 10^{-31} kg$
- * Charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19} C$
- * La célérité de la lumière dans le vide $c = 3 \times 10^8 ms^{-1}$
- * Masse du deutérium $m_i = 3,34 \times 10^{-27} kg$
- * $\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{\text{grad}}(\text{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A}$
- * $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C}$

On se propose dans ce problème d'étudier quelques propriétés des milieux plasma. D'abord, dans la partie A, on commence par modéliser le milieu. Ensuite, on expliquera le phénomène d'écrantage magnétique dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires ARQS adoptée dans la partie B. Enfin, on discutera la possibilité d'une éventuelle propagation des ondes électromagnétique dans un tel milieu. Ceci constitue l'objectif de la partie C.

Les parties B et C du problème sont indépendantes.

Partie A : Préliminaires - Modélisation du milieu

Un plasma (gaz ionisé), formé d'ions de deutérium (isotope de l'hydrogène (${}^2_1\text{H}$; D⁺)) (de charge e et de masse m_i) et d'électron (de charge $-e$ et de masse m_e), occupe le demi-espace $x \geq 0$. Ce gaz ionisé est globalement neutre. Désignons par n_e et n_i les densités volumiques particulières supposées constantes et uniformes des électrons et des ions de deutérium. Ce plasma est soumis à un champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$ sinusoïdal de pulsation ω . Les vitesses $\vec{V}_e$ et $\vec{V}_i$ acquises respectivement par l'électron et le noyau de deutérium sous l'action de champ sont petites devant la célérité c des ondes électromagnétiques dans le vide.

1- Rappeler les formes locales et intégrales des équations de Maxwell dans un milieu caractérisé par les constantes du vide ε_0 et μ_0 . Ce milieu possède une densité volumique de charge $\rho(M, t)$ et une densité volumique de courant $\vec{J}(M, t)$. Préciser la signification physique de chaque équation.

2- Montrer que ces équations sont compatibles avec l'équation locale de conservation de la charge électrique.

3- Comment justifier que $n_e = n_i = n$? Écrire alors l'équation de Maxwell Gauss.

4- Sachant qu'on peut négliger le terme magnétique de la force de Lorentz, Déterminer, en régime établi, l'expression de $\vec{V}_e$ en fonction de m_e, e, ω et $\vec{E}(M, t)$. Donner l'expression de $\vec{V}_i$.

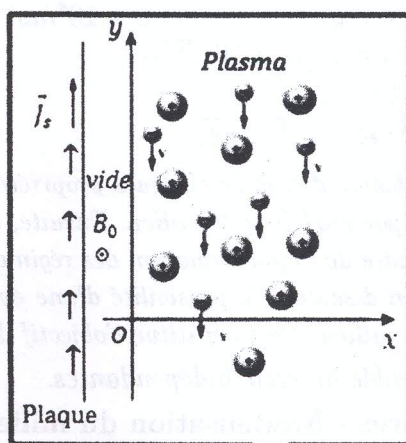
- 5- Etablir l'expression du vecteur densité volumique de courant électrique $\vec{J}$. Compte-tenu des valeurs numériques, montrer que $\vec{J} = -i \frac{ne^2}{\omega m_e} \vec{E}$.
- 6- Déterminer la puissance volumique moyenne cédée aux électrons. Conclure.
- 7- On désigne par $\vec{J}_D$ le courant de déplacement, exprimer le rapport $|\frac{\vec{J}}{\vec{J}_D}|$ en fonction de ω et de la pulsation de plasma $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m_e \epsilon_0}}$.

Partie B : Ecrantage magnétique

On se place dans cette partie dans le cadre de l'ARQS : $\omega \ll \omega_p$.

On considère une plaque métallique conductrice de grandes dimensions, parallèle à yOz . Elle est parcourue par un courant surfacique de densité $\vec{J}_s(t) = J_0 \cos(\omega t) \vec{e}_y$. Les effets de bords le long des directions y et z seront négligés (Voir figure).

- 8- Montrer, par des considérations de symétrie, que $\vec{B}(M, t) = B(M, t) \vec{e}_z$.
- 9- Montrer de plus qu'il est uniforme, à des faibles distances de la plaque.



Dans le demi-espace du vide $x \leq 0$, entre plaque et plasma, on suppose le champ magnétique uniforme, de la forme $\vec{B}(x \leq 0, t) = B_0(t) \vec{e}_z$. Dans le demi-espace occupé par le plasma ($x \geq 0$) règne un champ $\vec{B}(x \geq 0, t) = B(x, t) \vec{e}_z$. Ce champ magnétique variable engendre, dans le plasma, un champ électrique $\vec{E}(M, t)$.

- 10- Montrer que $\vec{E}(M, t) = E(x, t) \vec{e}_y$.
- 11- Écrire les équations de Maxwell dans le plasma.
- 12- A partir des équations précédentes, montrer que $E(x, t)$ vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{\xi^2} E(x, t) = 0.$$

où ξ est une longueur que l'on exprimera en fonction c et ω_p .

- 13- Calculer ξ dans le cas d'un réacteur inductif où $n = 10^{17} \text{ m}^{-3}$.
- 14- Donner les conditions aux limites vérifiées par le champ $\vec{B}(x, t)$ dans le plasma.
- 15- Montrer que $\vec{B}(x, t) = B_0(t) \exp(-\frac{x}{\xi}) \vec{e}_z$. Commenter.
- 16- Dédurre $\vec{E}(x, t)$.
- 17- On suppose $B_0(t) = B_0 \cos(\omega t)$. Déterminer la valeur moyenne temporelle de vecteur de Poynting. Commenter.

Partie C : Ondes électromagnétiques dans le plasma

On se propose dans cette partie d'étudier la propagation des ondes électromagnétique dans le plasma étudié dans la partie A. Le champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t))$ est celui d'une onde électromagnétique plane progressive monochromatique (OPPM), de vecteur champ électrique $\vec{E}(M, t) = E_0 \cdot \exp(i(\omega t - \underline{k}x)) \vec{e}_y$, où $E_0 \in \mathbb{R}_+^*$ et $\underline{k} \in \mathbb{C}^*$.

18- Quelle est la polarisation de cette onde ?

19- A partir des équations de Maxwell-Ampère et de Maxwell-Faraday, en notation complexe, établir la relation de dispersion dans le plasma : $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$.

20- Donner une condition sur ω pour que la propagation ait lieu.

21- Tracer le graphe donnant k en fonction de ω (donner l'équation de l'asymptote hautes fréquences et la tracer sur le même graphe).

Indice de réfraction-Etude énergétique ($\omega > \omega_p$) :

22- Donner, en justifiant, une relation liant la vitesse de phase V_ϕ et la vitesse de groupe V_g dans le plasma.

23- Déterminer l'expression de V_ϕ en fonction de ω , ω_p et de la célérité c dans le vide. Le milieu est-il dispersif ? Justifier.

24- Exprimer l'indice $N_p = \frac{c}{V_\phi}$, en fonction de ω et ω_p puis préciser le domaine de valeur numérique possible pour N_p . Représenter graphiquement N_p en fonction de ω (on déterminera la dérivée $(dN_p/d\omega)$ et sa valeur lorsque $\omega \rightarrow \omega_p$).

25- Calculer le champ magnétique de l'onde.

26- Déterminer les valeurs moyennes temporelles de vecteur Poynting $\langle \vec{\Pi} \rangle$, la densité d'énergie électromagnétique $\langle u_{em} \rangle$ et la densité d'énergie cinétique $\langle u_c \rangle = \frac{1}{2} n m_e \langle V_e^2 \rangle$.

27- En déduire la vitesse de propagation de l'énergie. Conclure.

Mesure par réflectométrie ($\omega < \omega_p$).

28- Donner les expressions réelles de $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$. Caractériser l'onde obtenue.

29- En déduire $\langle \vec{\Pi} \rangle$. Que vaut alors le coefficient T de transmission énergétique au niveau de l'interface vide/plasma ? Quelle en est la signification ?

30- A partir de la relation liant ω_p et n , décrire comment on pourrait faire pour mesurer, par réflectométrie, la densité n d'un plasma homogène. (On dispose d'un émetteur d'onde de pulsation ω réglable)

Fin de l'épreuve